

Пояснение к видеозаписи

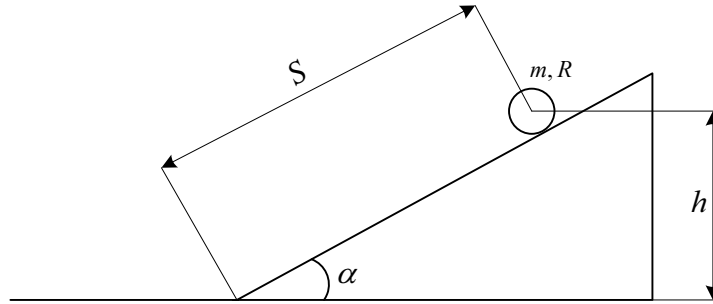


рис.1

Тело совершает поступательно-вращательное движение. Запишем закон сохранения для тела, скатывающегося с наклонной плоскости (рис.1) с нулевой начальной скоростью:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (1)$$

Тело совершает равноускоренное движение и вдоль наклонной плоскости движется с ускорением a :

$$h = S \sin \alpha = \frac{at^2}{2} \sin \alpha. \quad (2)$$

Скорости поступательного и вращательного движений соответственно равны:

$$v = at, \quad \omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

Общая формула для момента инерции тела относительно его центра масс:

$$I = k m R^2, \quad (4)$$

где форма тела определяется коэффициентом k :

$$k = \begin{cases} k = 2/5 & \text{— шар} \\ k = 1/2 & \text{— цилиндр.} \\ k = 1 & \text{— кольцо} \end{cases}$$

Подставим формулы (2) - (4) в закон сохранения энергии (1):

$$mg \frac{at^2}{2} \sin \alpha = \frac{m(at)^2}{2} + \frac{k m R^2 \left(\frac{at}{R}\right)^2}{2},$$
$$g \sin \alpha = a + k a$$

Получим формулу для ускорения:

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + k}$$

Чем меньше k , тем быстрее скатывается тело с наклонной плоскости. Соответственно, быстрее всех скатится шар.