

## Лабораторная работа 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

(электроемкость, энергия электрического поля)

*Цели работы:* ознакомление с методикой моделирования электростатического поля в токопроводящей среде; исследование электростатического поля, созданного системой проводящих тел; экспериментальное определение электроемкости системы проводников.

*Приборы и принадлежности:* лабораторный макет установки для моделирования электростатического поля (рис. 4.1).

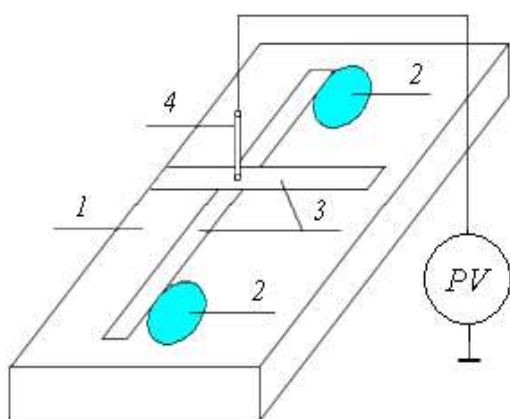


Рис. 4.1

В работе используется планшет 1, покрытый проводящей бумагой, с нанесенными на него металлическими электродами 2. На планшете установлены две подвижные линейки 3, с помощью которых определяются координаты щупа 4, подключенного к вольтметру  $PV$ .

Помещая щуп в различные точки планшета и измеряя потенциал данной точки, можно построить картину исследуемого поля.

### Исследуемые закономерности

**Модель электростатического поля.** В проводящей среде под действием приложенной к электродам постоянной разности потенциалов происходит направленное движение заряженных частиц, в результате чего в среде, окружающей электроды, устанавливается стационарное распределение потенциала, подобное распределению потенциала в диэлектрической среде вокруг заряженных проводящих тел, если форма и взаимное расположение последних аналогичны соответствующим параметрам электродов проводящей модели.

Сопоставление свойств электростатического поля и поля электрического тока в проводящей среде показывает, что если в электростатическом поле на помещенный в поле заряд действует сила

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n}, \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении максимального изменения потенциала, то в проводящей среде вектор плотности тока подчиняется вполне симметричному соотношению

$$\mathbf{j} = -\gamma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n} = \gamma \mathbf{E}, \quad (4.2)$$

где  $\gamma$  – электропроводность среды (величина, обратная удельному сопротивлению).

Из сопоставления двух соотношений видно, что, во-первых, оба поля потенциальны (не образуют вихрей в пространстве, окружающем электроды), а во-вторых, как линии напряженности электростатического поля, так и линии тока перпендикулярны линиям или поверхностям равного потенциала.

**Поле длинной двухпроводной линии.** На планшете моделируются так называемые плоские поля, т. е. такие поля, картина которых остается неизменной при параллельном переносе плоскости, в которой производится исследование поля. Как правило, это электростатические поля объектов, бесконечно протяженных в направлении, перпендикулярном секущей плоскости. В работе исследуется поле двух длинных, параллельных, равномерно и разноименно заряженных проводящих цилиндров (двухпроводной линии).

Если абсолютное значение линейной плотности заряда на цилиндрах  $\tau$  (Кл/м), то напряженность электростатического поля в произвольной точке секущей плоскости будет определяться геометрической суммой напряженностей полей, создаваемых каждым цилиндром (принцип суперпозиции). Для каждого цилиндра абсолютное значение напряженности поля

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (4.3)$$

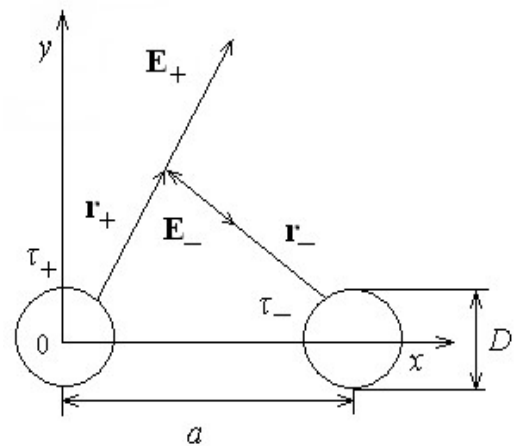


Рис. 4.2

а значение и направление результирующего вектора напряженности поля определяют по отношению к системе координат  $xOy$  (рис. 4.2), которую задает экспериментатор.

**Напряженность поля и вектор индукции.** Для электростатического поля справедливо следующее соотношение между векторами напряженности поля и электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (4.4)$$

Особенность вектора электрической индукции состоит в том, что, описывая с помощью этой физической величины электрическое поле, исследователь избавляется от необходимости учитывать связанные заряды, возникающие при поляризации среды.

### **Поток вектора индукции электрического поля (теорема Гаусса).**

Поток вектора индукции электрического поля определяется выражением

$$\Phi_D = \int_S \mathbf{D} \mathbf{d}s = \int_S \mathbf{D} \mathbf{n} ds = \int_S D ds \cos(\mathbf{D} \mathbf{n}) = \int_S D_n ds, \quad (4.5)$$

где  $S$  – поверхность произвольной формы в области поля;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали в данной точке поверхности. Поток вектора индукции поля служит характеристикой источников этого поля. Для электростатического поля справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S \mathbf{D} \mathbf{d}s = \int_V \rho dV = Q_V, \quad (4.6)$$

где  $S$  – произвольная замкнутая поверхность в области поля;  $V$  – объем области поля, ограниченный поверхностью  $S$ ;  $Q_V$  – заряд, распределенный в объеме  $V$ .

Это означает, что выражение (4.6) следует понимать так: *поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность произвольной формы равен суммарному заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью, и не зависит от зарядов, расположенных вне данной поверхности.*

**Емкость.** Часто источниками электростатического поля служат заряженные проводящие тела. В этих случаях важно знать емкости тел, несущих электрические заряды. Емкость определяют как отношение заряда, находящегося на проводящем теле, к возникающему при этом потенциалу этого тела:

$$C = \frac{Q}{\varphi},$$

или если речь идет о системе заряженных тел, например о конденсаторе, то емкость равна отношению заряда, переносимого с одного из тел на другое, к разности потенциалов, возникающей между этими телами:

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi}.$$

В конденсаторе электрическое поле полностью локализовано в объеме конденсатора. Емкость измеряют в фарадах (Ф). Емкость

проводников зависит от размеров тел и их взаимного расположения. Например, емкость уединенного проводящего шара радиусом  $R$

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Для плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов их емкости определяются, соответственно, как

$$C = \epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d}, \quad C = 2\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{l}{\ln \frac{R_e}{R_i}}, \quad C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{R_e R_i}{R_e - R_i},$$

где  $S$  – площадь пластины плоского конденсатора;  $d$  – расстояние между пластинами;  $l$  – длина цилиндрического конденсатора;  $R_e$ ,  $R_i$  – радиусы внешней и внутренней обкладок цилиндрического или сферического конденсаторов соответственно.

**Энергия электрического поля.** Конденсаторы – накопители электрической энергии. Энергия заряженного конденсатора определяется эквивалентными соотношениями

$$W = \frac{Q\Delta\phi}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C(\Delta\phi)^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля выражается

$$w = \frac{\mathbf{E}\mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

### **Задание на подготовку к работе (оформить на отдельном листе)**

1. Сформулируйте цель работы.
2. Для данной модели двухпроводной линии выведите выражение для емкости единицы длины линии и найдите ее численное значение.
3. Можно ли двухпроводную линию назвать конденсатором? Пояснить.
4. Если соединить одноименные обкладки двух заряженных плоских конденсаторов, то как изменится их общая энергия? Пояснить.
5. Выведите выражение для энергии электрического поля, заключенного внутри равномерно заряженного с объемной плотностью  $\rho$  шара, имеющего радиус  $R$  и диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ .

### **Указания по выполнению наблюдений**

1. Выполнить эскиз модели. Для этого, пользуясь подвижными линейками планшета, определить координаты и размеры электродов модели.

Нанести изображения электродов и оси координат на подготовленный бланк (лист миллиметровой бумаги формата А4), определить масштаб, в котором будет изображена исследуемая модель, оцифровать координатные оси.

2. Измерить разность потенциалов между электродами.

3. Установить одну из линеек таким образом, чтобы щуп перемещался вдоль линии, соединяющей центры электродов. Перемещая другую линейку, измерить потенциал в двух различных точках модели, расположенных на расстоянии 0.5 см вдоль этой линии.

4. Наметить на эскизе модели произвольный контур, охватывающий электроды, таким образом, чтобы размеры контура на модели составляли примерно  $3 \times 6$  см. Разбить контур на отрезки, длина которых на исследуемой модели составит около 0.5 см. Рассчитать координаты середины каждого отрезка на исследуемой модели, после чего, пользуясь подвижными линейками, измерить потенциалы в середине каждого отрезка и на расстоянии примерно 0.5 см в направлении, перпендикулярном данному отрезку. Таким образом реализуется измерение нормальных составляющих вектора напряженности для каждого из отрезков.

### **Задание на подготовку к проведению работы**

1. Выполните индивидуальное домашнее задание.

2. Изучите описание лабораторной работы.

3. Подготовьте лист миллиметровой бумаги формата А4 для изображения электродов исследуемой модели, координатных осей и основных характеристик поля.

4. Подготовьте таблицы для записи результатов измерений, описанных в пп. 2–4 «Указаний по проведению наблюдений».

5. Выведите формулы для определения значений проекций и модуля напряженности поля, ориентируясь на подготовленные таблицы.

6. Выведите формулы для определения погрешностей проекций и модуля напряженности поля, основываясь на значениях инструментальных погрешностей измерения потенциала и координат.

7. Подготовьте протокол наблюдений с соответствующими таблицами.

### **Задание по обработке результатов**

1. В соответствии с измерениями п. 3 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте и изобразите на подготовленном бланке векторы, изображающие составляющие и полную напряженность в исследованной

области (5–6 точек). Рядом с каждым вектором укажите значение напряженности и погрешность.

2. Считая диэлектрическую проницаемость моделируемой области  $\varepsilon = 1$ , определите из экспериментальных данных (п. 3 «Указаний по проведению наблюдений») значение моделируемого заряда (линейную плотность), а затем, используя значение разности потенциалов, измеренное в п. 2 «Указаний по выполнению наблюдений», рассчитайте емкость.

3. В соответствии с измерениями п. 4 «Указаний по выполнению наблюдений» рассчитайте нормальную составляющую напряженности на каждом отрезке выбранного контура. Изобразите на контуре несколько (6–8) составляющих напряженности поля с указанием погрешности. Если предположить, что исследуемая модель представляет собой два длинных заряженных цилиндра, то в вертикальном направлении значение напряженности поля меняться не будет. Тогда выбранный контур можно считать основанием цилиндра высотой  $h$ . Задав значение высоты и воспользовавшись одним из выражений (4.6), рассчитайте значение потока вектора индукции в данной области, исходя из того, что диэлектрическая проницаемость моделируемой области  $\varepsilon = 1$ . Вычислите значение моделируемого заряда (линейную плотность), используя известное значение разности потенциалов между электродами, рассчитайте емкость. Сравните полученное значение с рассчитанным в п. 2 «Указаний по выполнению наблюдений», а также с результатом вычислений п. 2 «Задания на подготовку к работе».

4. Сформулируйте выводы по проведенному исследованию.