МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»

Дополнительные лабораторные работы по ОПТИКЕ

Лабораторный практикум

Санкт-Петербург
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2015

УДК 531+537 (079)
ББК 22.34 Оптика

Дополнительные лабораторные работы по оптике: лабораторный практикум. Черненко Ю. С., Шейнман И. Л. СПб. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015

Содержат описание теории и методики экспериментального исследования дополнительных лабораторных работ по оптике. В описания работ включены задание на подготовку и перечень контрольных вопросов.

Предназначено для студентов 2-го курса всех факультетов СПбГЭТУ.

Лабораторная работа 1. ПОЛЯРИЗАЦИЯ. ЗАКОНЫ МАЛЮСА И БРЮСТЕРА. ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ.

Цель работы: Проверка законов Малюса и Брюстера. Получение эллиптически поляризованного света из линейно поляризованного с помощью четвертьволновой пластинки и его анализ.

Общие сведения

Свет представляет собой электромагнитную волну. Световые волны в вакууме и безграничной диэлектрической среде являются поперечными. В электромагнитной волне вектора напряженности электрического и магнитного поля $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и скорость распространения света $\mathbf{v}$ взаимно перпендикулярны и составляют правовинтовую систему.

Рассмотрим световую волну, распространяющуюся в направлении оси z. Колебания вектора $\mathbf{E}$ происходят при этом в плоскости xy. Для незатухающих волн (при отсутствии поглощения в среде) в некоторой точке пространства, например в точке $z=0$, для электрической компоненты волны можно записать:

$$\mathbf{E} = E_{x0}\cos(\omega t)\,\mathbf{i} + E_{y0}\cos(\omega t + \delta)\,\mathbf{j}, \tag{1.1}$$

где ω – частота колебаний, δ – разность фаз между взаимно перпендикулярными колебаниями E_x и E_y.

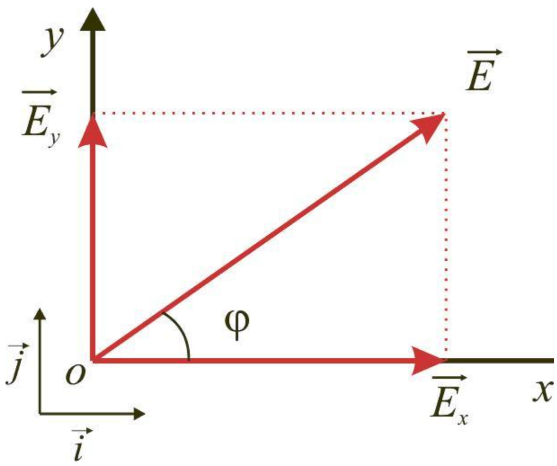

Рис. 1.1

Угол между направлениями вектора $\mathbf{E}$ и осью Ox определяется следующим соотношением:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{E_{y0}\cos(\omega t + \delta)}{E_{x0}\cos(\omega t)}. \tag{1.2}$$

Если разность фаз δ претерпевает случайные хаотические изменения, то угол φ, т. е. направление светового вектора $\mathbf{E}$ будет испытывать случайные, скачкообразные, неупорядоченные изменения. Такая ситуация характерна для естественного света. Таким образом, естественный свет всегда можно представить как наложение двух волн с колебаниями в двух взаимно перпендикулярных направлениях, имеющих одинаковую интенсивность, но переменную разность фаз.

Рассмотрим следующие случаи поляризации.

а) $\delta = \pm\pi$. Согласно (1.2) имеем $\operatorname{tg}\varphi = \mathrm{const}$, следовательно, результирующее колебание $\mathbf{E}$ совершается в фиксированном направлении, вдоль определенной линии в плоскости xy.

Если в световой волне вектор $\mathbf{E}$ направлен вдоль одной прямой линии, то такой свет называется линейно поляризованным.

б) $\delta = \pm\pi/2$ и $E_{x0} = E_{y0}$. Согласно (1.2) имеем: $\operatorname{tg}\varphi = \pm\operatorname{tg}\omega t$. Отсюда вытекает, что направление колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью, равной частоте колебаний ω. Конец вектора $\mathbf{E}$ в этом случае описывает в плоскости xy окружность. Такая волна называется циркулярно поляризованной (обладает круговой поляризацией). Случаи $\delta = +\pi/2$ и $\delta = -\pi/2$ отличаются направлением вращения $\mathbf{E}$.

в) Если $\delta = \pm\pi/2$, а $E_{x0} \neq E_{y0}$, то имеет место вращение по эллипсу, причем полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам E_{x0} и E_{y0}. Такая волна называется эллиптически поляризованной.

Анализ поляризованного света осуществляется с помощью поляризационных приборов. Если поляризационный прибор используется для получения поляризованного света, то он называется <u>поляризатором</u>. При использовании прибора для анализа поляризованного света его называют <u>анализатором</u>. Для проведения анализа поляризованного света необходимо вращать анализатор вокруг направления луча и измерять интенсивность прошедшего луча. По полученной зависимости можно судить о виде поляризации.

Если на анализатор падает естественный свет или свет с круговой поляризацией, то интенсивность прошедшего луча $J_{\text{пр}}$ не будет зависеть от угла поворота анализатора и составит половину интенсивности падающего света $J_{\text{п}}$:

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{п}}/2. \tag{1.3}$$

Если на анализатор падает плоско поляризованный свет, то интенсивность прошедшего света $J_{\text{пр}}$ можно вычислить по закону Малюса:

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{п}}\cos^2\alpha, \tag{1.4}$$

где $J_{\text{п}}$ – интенсивность света, падающего на анализатор, α – угол между направлением колебаний вектора $\mathbf{E}$ и направлением пропускания анализатора. Если на анализатор падает частично линейно поляризованный свет или эллиптически поляризованный свет, то зависимость интенсивности прошедшего света от угла поворота анализатора будет представлять собой чередование минимумов и максимумов через 90°.

Степень линейной поляризации для частично линейно поляризованного света можно определить по формуле:

$$P = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}}, \qquad (1.5)$$

где $J_{\max}$ и $J_{\min}$ – максимальная и минимальная интенсивности, прошедшие через анализатор при его повороте.

При некотором угле падения на диэлектрическую пластинку, называемом углом Брюстера ($\alpha_{Бр}$), отраженный луч становится полностью плоско поляризованным. Угол Брюстера определяется следующим соотношением:

$$\operatorname{tg}\alpha_{Бр} = n_{12}, \qquad (1.6)$$

где n_{12} – показатель преломления второй среды относительно первой.

Если на границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера падает плоско
поляризованный свет (например, от лазера) с направлением колебаний вектора $\mathbf{E}$ в плоскости падения волны, то интенсивность отраженной волны становится близкой к нулю. Это объясняется тем, что в падающей волне отсутствует направление колебаний светового вектора, необходимое для создания отраженной волны.

Степень линейной поляризации P преломленного луча при угле падения, равном $\alpha_{Бр}$, достигает наибольшего значения. Однако этот луч остается поляризованным частично.

При работе с анализатором необходимо учитывать то, что в нем теряется часть световой энергии. По этому закон Малюса будет иметь следующий вид:

$$J_{пр} = kJ_{п}\cos^2\alpha \qquad (1.7)$$

где k – коэффициент пропускания, который можно найти по формуле:

$$k = J_{\max}/J_{п} \qquad (1.8)$$

где $J_{п}$ – интенсивность плоско поляризованного падающего света; $J_{\max}$ – максимальная интенсивность прошедшего света, найденная при вращении анализатора.

Основные методы получения циркулярно и эллиптически поляризованного света связаны с использованием оптически анизотропных сред. В оптически анизотропных кристаллах диэлектрическая проницаемость

ε зависит от направления вектора $\mathbf{E}$. Поскольку для большинства прозрачных веществ магнитная проницаемость $\mu \approx 1$, показатель преломления среды $n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \sqrt{\varepsilon}$. Поэтому волнам с разным направлением колебаний вектора $\mathbf{E}$ соответствуют разные показатели преломления и, следовательно, разные скорости ($v = c/n$, где c – скорость света в вакууме).

Если на анизотропное вещество падает линейно поляризованный свет, то он рождает в среде в общем случае две волны, линейно поляризованные во взаимно-перпендикулярных направлениях и распространяющиеся с разными скоростями. Для одноосных кристаллов существует единственное направление, называемое оптической осью, вдоль которого обе волны распространяются с одинаковой скоростью. В двуосных кристаллах таких направлений два.

Рассмотрим особенности распространения света в одноосных кристаллах. Пусть анизотропная пластинка толщиной d вырезана параллельно оптической оси и на нее по нормально падает линейно поляризованный свет (рис. 2).

Выберем систему координат xy таким образом, чтобы ось Ox совпадала с направлением главной оси кристалла. Световой вектор падающей линейно поляризованной волны с амплитудным значением E_0 будет составлять угол φ с оптической осью. В этом случае свет можно представить как результат сложения распространяющихся в одном направлении двух линейно поляризованных волн с взаимно перпендикулярными направлениями колебаний вектора $\mathbf{E}$. Таким образом, в пластинке будут распространяться две волны – обыкновенная с показателем преломления n_0 и необыкновенная с показателем преломления n_e. Направление колебаний светового вектора обыкновенной волны (направление $\perp$) перпендикулярно главной плоскости, т. е. плоскости, проходящей через направление распространения и оптическую ось. У второй волны световой вектор колеблется в главной плоскости вдоль оптической оси (направление $\|$).

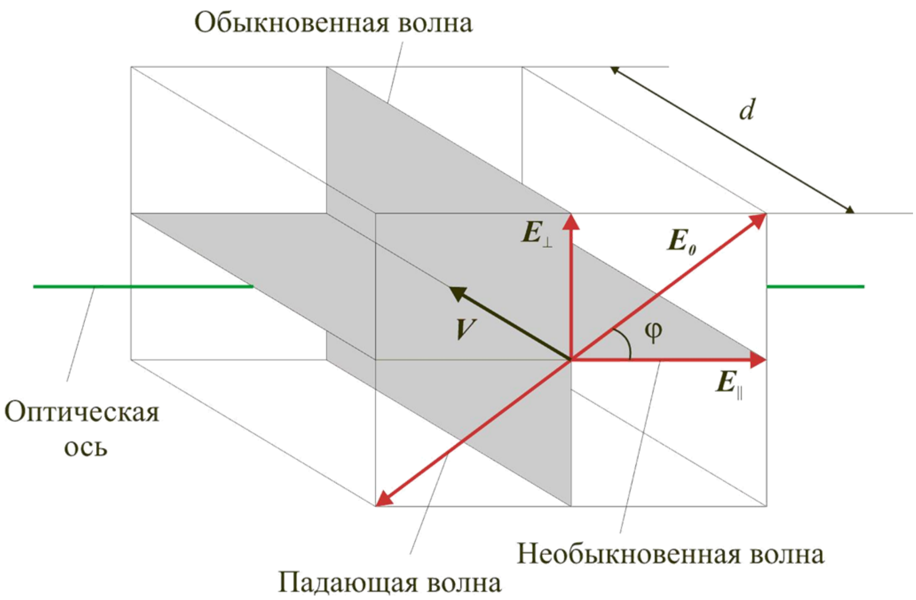

Рис. 1.2

Амплитуды световых векторов обыкновенной и необыкновенной волны равны соответственно:

$$E_{||} = E_0 \cos\varphi, \quad E_\perp = E_0 \sin\varphi. \tag{1.9}$$

Поскольку показатели преломления в пластинке для этих двух волн различны, то за время прохождения через пластинку между ними возникнет оптическая разность хода:

$$\Delta = \left(n_e - n_0\right) d \tag{1.10}$$

которой на выходе из пластинки соответствует разность фаз $\delta = 2\pi\Delta/\lambda_0$, где λ_0 – длина волны света в вакууме.

Таким образом, на выходе из пластинки имеются два взаимно перпендикулярных световых колебания

$$\begin{aligned} E_{||} &= E_0 \cos\varphi \cos(\omega t - \delta) \\ E_\perp &= E_0 \sin\varphi \cos(\omega t) \end{aligned} \tag{1.11}$$

Знак «–» перед δ связан с тем, что необыкновенная волна отстает от обыкновенной.

Пусть свет, вышедший из кристаллической пластинки, проходит через анализатор (поляроид). На рис. 3 ОА – направление пропускания анализатора, α – угол между вектором $\mathbf{E}_0$ и направлением ОА.

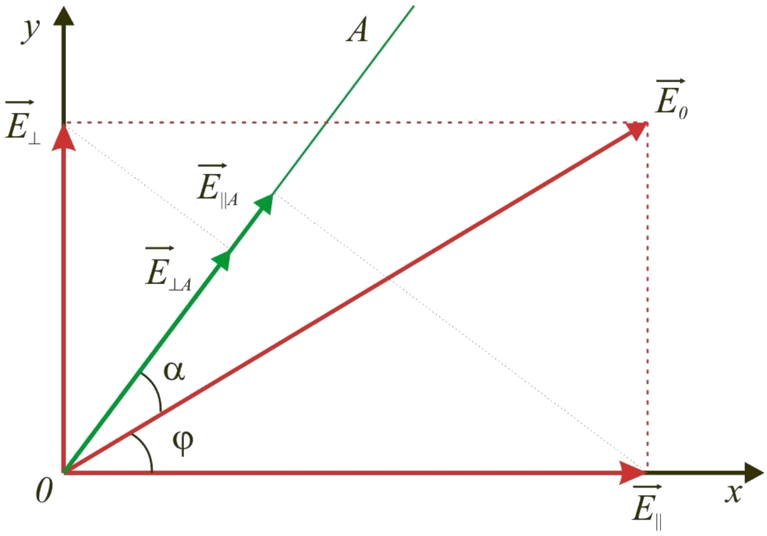

Рис. 1.3

Как видно из рис. 3, анализатор пропускает составляющие обыкновенной и необыкновенной волн вдоль одного направления ОА, амплитуды которых равны соответственно

$$E_{\perp A} = E_0 \sin\varphi \sin(\alpha+\varphi),$$
$$E_{\| A} = E_0 \cos\varphi \cos(\alpha+\varphi). \qquad (1.12)$$

Поскольку обыкновенная и необыкновенная волны, возбуждаемые в кристалле, когерентны, то вышедшие из анализатора лучи интерферируют. Результирующая интенсивность $I \sim E^2$, согласно теореме косинусов, может быть определена как:

$$I = I_0\left(\sin^2\varphi\sin^2(\alpha+\varphi) + \cos^2\varphi\cos^2(\alpha+\varphi) + \frac{1}{2}\sin 2\varphi \sin 2(\alpha+\varphi)\cos\delta\right). \qquad (1.13)$$

Полученная формула описывает зависимость интенсивности световой волны прошедшей через фазовую пластинку, расположенную между поляризатором анализатором при произвольном взаимном расположении. Эта формула не учитывает потери в поляризаторе, анализаторе и фазовой пластинке.

Если в качестве двулучепреломляющего образца используется четвертьволновая пластинка ($\delta = \pi/2$), то для нее формула (1.13) может быть представлена в виде:

$$I = I_0\left(\sin^2\varphi\sin^2(\alpha+\varphi) + \cos^2\varphi\cos^2(\alpha+\varphi)\right) \qquad (1.14)$$

Экспериментальная установка основана на модульном учебном комплексе МУК-ОВ (рис. 4). Он содержит вертикальную оптическую скамью, лазер, поляризатор, четвертьволновую пластинку, анализатор, фотоприемник. Оптическая схема представлена на рис. 5.

Рис. 1.4

Источником света 1 служит полупроводниковый лазер с длиной волны излучения 650 нм, жестко закрепленный на оптической скамье. Поляризационные приспособления состоят из поляризатора 2, четвертьволновой пластинки 3 и анализатора 4. Четвертьволновая пластинка, изготовленная из кристаллического кварца, помещена во вращающуюся оправу с нанесенными градусными делениями ценой 1°.

Анализатором и поляризатором служат пленочные поляроиды. При этом их ориентация в оправе такова, что отсчет 0° соответствует максимуму пропускания линейно поляризованного излучения лазера. Используемый в формулах (1.13) и (1.14) угол α может быть вычислен как

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2, \tag{1.15}$$

где α_1 – значение угла поворота поляризатора, а α_2 – анализатора.

Измерения интенсивности света производятся фотоприемником 5 и измерительным устройством 6. Последнее представляет собой усилитель напряжения с цифровым вольтметром.

При выполнении работы необходимо учитывать, что в лабораторной установке измеряется не абсолютная, а относительная интенсивность излучения J/J_0, где J_0 – некоторая константа, задаваемая чувствительностью измерительного прибора. Удобно при выполнении задания полученные значения относительной интенсивности нормировать. Для этого необходимо все измеренные значения поделить на максимальное значение относительной интенсивности.

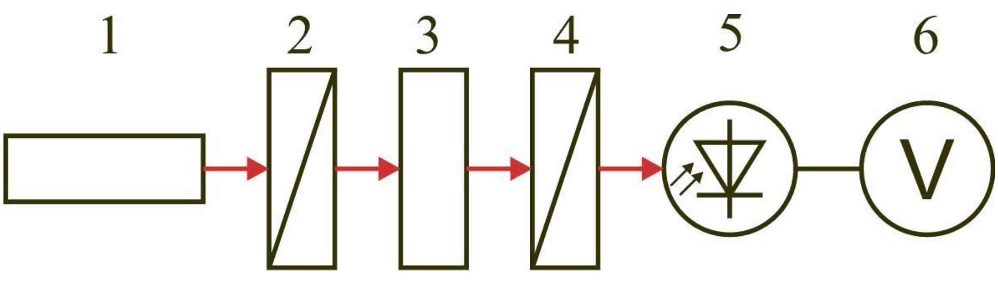

Рис. 1.5

Указания по проведению эксперимента

1. Включите кнопку «Сеть» электронного блока. Кнопкой выбора фотоприемников выберете фотоприемник №4. Включите лазер, соблюдая правило включения.
2. Установите по ходу лазерного луча анализатор. Луч до и после анализатора должен проходить беспрепятственно до фотоприемника лазерного излучения.
3. Снимите зависимость относительной интенсивности луча, прошедшего через анализатор, от угла поворота. Занесите результаты в таблицу. Укажите вид поляризации лазерного излучения.
4. Подключите белый осветитель. Снимите нормированную зависимость относительной интенсивности луча, прошедшего через анализатор, от угла поворота. Занесите результаты измерений в таблицу.
5. Установите на пути лазерного луча устройство для определения угла Брюстера. Изменяя угол наклона стеклянной пластинки по минимуму интенсивности отраженного луча, найдите угол Брюстера.
6. Не меняя угла поворота пластинки для измерения угла Брюстера на пути белого света, снимите нормированную зависимость относительной интенсивности луча, прошедшего через анализатор, от угла поворота. Занесите результаты измерений в таблицу.
7. Установите поляризатор в положение $\alpha_1 = 0°$ (максимум интенсивности прошедшего света).
8. Установите анализатор в положение $\alpha_2 = 90°$ (минимум интенсивности прошедшего света).
9. Установите между поляризатором и анализатором четвертьволновую фазовую пластинку.
10. Меняя угол φ через каждые 10°, измерьте значения относительной интенсивности J/J_0. Занесите результаты измерений в таблицу.
11. Для значений $\varphi = 0°, 30°, 45°$, меняя угол α_2 через каждые $10°$, измерьте значения относительной интенсивности J/J_0.

Указания по обработке результатов

1. На основе результатов измерений согласно п. 3 «Указаний по проведению эксперимента», определите коэффициент пропускания поляризатора. Постройте нормированные теоретические и практические зависимости. Сравните.
2. Найдите степень линейной поляризации по формуле (1.5) на основе результатов измерений согласно п. 4 «Указаний по проведению эксперимента»
3. На основе результатов измерений согласно п. 5 «Указаний по проведению

эксперимента» вычислите по формуле (1.6) относительный показатель преломления стекла и сравните его с табличным значением.

4. На основе результатов измерений согласно п. 6 «Указаний по проведению эксперимента» найдите степень поляризации белого света после прохождения его через диэлектрик. Сравните с результатом, полученным для падающего белого света в п. 3.
5. Произведите нормировку полученных согласно п. 10 «Указаний по проведению эксперимента» данных (путем деления на максимальное значение) и постройте график. В тех же координатах постройте график теоретической зависимости. Сравните полученные данные.
6. Произведите нормировку полученных согласно п. 11 «Указаний по проведению эксперимента» данных и постройте график. В тех же координатах постройте график теоретической зависимости. Сравните полученные данные.
7. Сделайте выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Что такое поляризованный свет? Какие виды поляризации бывают?
2.
3. В чем заключается явление двулучепреломления?
4. В каких веществах возможно возникновение двулучепреломления, что для этого необходимо?
5. В чем отличие оптически положительных от оптически отрицательных кристаллов?
6. На какой фазовый угол поворачивает плоскость поляризации четвертьволновая пластина?
7. Какой вид поляризации является наиболее общим случаем и почему?
8. В чем состоит отличие между обыкновенной и необыкновенной волнами в одноосном кристалле?
9. Сформулируйте схему получения волн круговой и эллиптической поляризации из естественного света.
10. Какие условия необходимы для возникновения волн плоской, круговой и эллиптической поляризаций в схеме п. 7?
11. Обоснуйте возможность применения формулы (1.15).
12. Выведите выражение для траектории, которую описывает конец вектора $\mathbf{E}$ в плоскости xy при распространении волны в направлении оси z при эллиптической поляризации.

Лабораторная работа 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: Определение ширины щели и постоянной дифракционных решеток по дифракционным картинам на экране наблюдения

Общие сведения

Интерференцией называется явление сложения (суперпозиции) колебаний, возбужденных в некоторой точке пространства волнами, приходящими от нескольких когерентных источников.

Дифракцией называют явления, связанные с отклонением от прямолинейного распространения света. Наиболее отчетливые дифракционные эффекты возникают при распространении света вблизи непрозрачных препятствий. Дифракция происходит во всех случаях, когда изменение амплитуды или фазы световой волны не одинаково на всей поверхности волнового фронта. Поэтому она возникает при любом – амплитудном или фазовом – локальном нарушении волнового фронта. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Как и интерференция, дифракция служит доказательством волновой природы света. В большинстве случаев, имеющих практическое значение, дифракция достаточно точно и просто моделируется на основе принципа Гюйгенса-Френеля.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции Фраунгофера или о дифракции в параллельных пучках. В противном случае говорят о дифракции Френеля или о дифракции в сходящихся пучках. Дифракционную картину Френеля достаточно просто объяснить на основе метода зон Френеля.

На практике часто дифракционную картину Фраунгофера наблюдают на экране при помощи линзы, устанавливаемой перед экраном так, что он находится в ее фокальной плоскости. Количественный расчет дифракционной картины Фраунгофера значительно проще расчета картины Френеля [1].

В случае дифракционной решетки картина поля на экране образуется путем многолучевой интерференции света, дифрагировавшего на периодически расположенных щелях.

Интерференция от двух когерентных источников

Рассмотрим два точечных когерентных источника S_1 и S_2, колебания которых происходят с одинаковой частотой ω, а разность начальных фаз колебаний равна нулю (источники синфазны). Пусть от источника S_1 распространяются бегущие волны в среде 1 с показателем преломления n_1, а от источника S_2 – в среде 2 с показателем преломления n_2 (рис. 2.1). На рисунке линия OO_1 – граница между этими прозрачными средами.

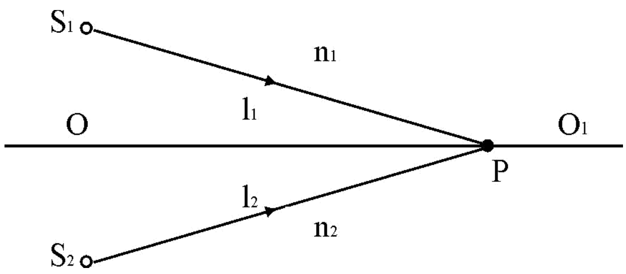

Рис. 2.1

На границе OO_1 выберем точку P и определим условие минимума и максимума амплитуды результирующего колебания в этой точке пространства. Обозначим $l_1 = S_1P$, $l_2 = S_2P$. Для электромагнитных волн (свет – электромагнитная волна) колебания вектора $\mathbf{E}$ от двух одинаковых источников 1 и 2 определяются выражениями: $E_1 = E_0 \cos(\omega t - k_1 l_1)$ и $E_2 = E_0 \cos(\omega t - k_2 l_2)$, E_0 – амплитуда гармонических колебаний, k – волновое число.

В точке наблюдения P происходит сложение колебаний одинаковой частоты. Будем считать, что эти колебания происходят вдоль одного направления. Разность фаз колебаний в этой точке равна:

$$\delta = (\omega t - k_1 l_1) - (\omega t - k_2 l_2) = k_2 l_2 - k_1 l_1,$$

где $k = \dfrac{\omega}{v}$ – волновое число; $v = \dfrac{c}{n}$ – скорость распространения электромагнитной волны в среде с показателем преломления n; c – скорость этой волны в вакууме. Так как

$$kl = \frac{\omega l}{v} = \frac{\omega n l}{c} = k_0 n l\ ,$$

где $k_0 = \dfrac{\omega}{c} = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ – волновое число для среды с $n = 1$ (вакуум), λ_0 – длина волны в среде с $n = 1$, то разность фаз колебаний

$$\delta = k_0 n_2 l_2 - k_0 n_1 l_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2 l_2 - n_1 l_1)$$

определяет результирующее колебание в точке P.

Величина nl – оптический путь волны, разность этих величин для двух волн $\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1$ – их оптическая разность хода, тогда $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta$. Из условия минимума при сложении колебаний $\delta = \pm(2m+1)\pi,\ m = 0,\ 1,\ 2,\ldots,$ получаем условие минимума при интерференции, выраженное через оптическую разность хода волн: $\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$. Условие максимума $\delta = \pm 2\pi m$ (колебания происходят в одной фазе) определяет условие $\Delta = \pm m\lambda_0$.

Таким образом, при сложении колебаний в любой точке пространства результирующее колебание определяется величиной оптической разности хода волн.

Рассмотрим монохроматическую световую волну (длина волны в вакууме λ_0) с плоским фронтом, падающую на непрозрачный экран с двумя щелями (оптическая схема, близкая к схеме опыта Юнга). Пусть экран, где расположены щели может поворачиваться относительно точки O – середины расстояния d между щелями (рис. 2.2) на некоторый угол α.

Можно показать, что положение максимумов и минимумов интенсивности света на экране наблюдения, расположенном далеко от щелей ($L >> d$), совпадает с их положением для точечных источников S_1 и S_2, расположенных на таком же расстоянии друг от друга. Теорию интерференции волн от таких двух точечных источников мы и рассмотрим ниже.

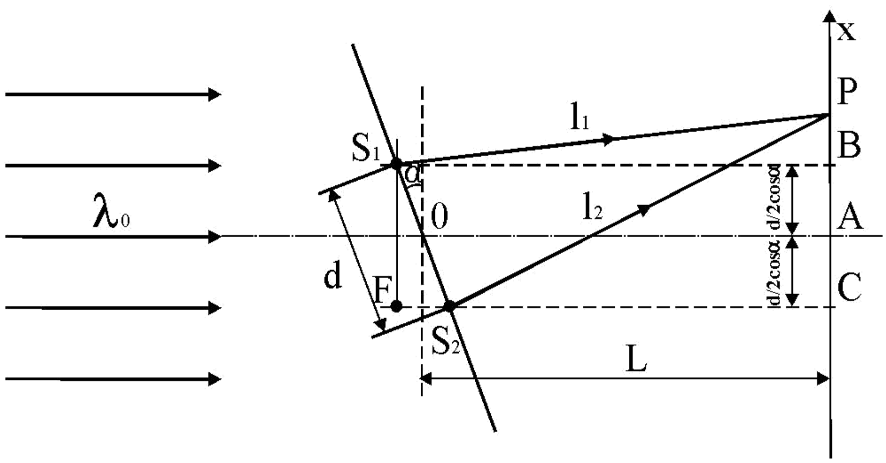

Рис. 2.2

Экран наблюдения (обычный лист бумаги) располагается на расстоянии $OA = L$, отсчитываемом от точки *O*, x – координата точки наблюдения P равна расстоянию AP.

Оптическая разность хода лучей 1 и 2 от плоского фронта до щелей равна $\Delta_1 = FS_2 = d\sin\alpha$, а оптическая разность хода лучей 1 и 2 после прохождения щелей S_1 и S_2 равна Δ_2 $(n = 1)$. На экран лучи 1 и 2 приходят с разностью хода $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. Рассчитаем Δ_2. Из прямоугольных треугольников S_1BP и S_2CP:

$$l_1^2 = \left(L + \frac{d}{2}\sin\alpha\right)^2 + \left(x - \frac{d}{2}\cos\alpha\right)^2, \quad l_2^2 = \left(L - \frac{d}{2}\sin\alpha\right)^2 + \left(x + \frac{d}{2}\cos\alpha\right)^2,$$

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 + l_1)(l_2 - l_1) = -2Ld\sin\alpha + 2xd\cos\alpha.$$

При условиях $d \ll L,\ x \ll L$ верно, что $l_1 \approx l_2 \approx L$, $l_1 + l_2 \approx 2L$, тогда

$$\Delta_2 = l_2 - l_1 = \frac{xd\cos\alpha}{L} - d\sin\alpha,$$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{xd\cos\alpha}{L}.$$

Из условия максимума для интерферирующих лучей 1 и 2

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \text{ где } m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$$

получим $x_m = \dfrac{m\lambda_0 L}{d\cos\alpha}$ – координаты точек экрана с максимальной интенсивностью света. Расстояние между соседними максимумами равно $\Delta x = x_{m+1} - x_m = \dfrac{\lambda_0 L}{d\cos\alpha}$. Измеряя Δx между серединами ярких полос, можно рассчитать $d = \dfrac{\lambda_0 L}{\Delta x\cos\alpha}$.

Исследование дифракции Фраунгофера на щели

На рис. 2.3 показаны поперечное сечение щели шириной *b*, образованной в некотором светонепроницаемом препятствии, собирающая линза *Л*, экран *Э*, а также ход выбранных для рассмотрения дифрагированных световых лучей. На рисунке обозначены: *C* – центр линзы, *F* – фокусное расстояние линзы, φ – угол дифракции лучей.

На щель шириной *b* по нормали падает плоская монохроматическая световая волна. Ее волновая поверхность в щели характеризуется вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}_b = \mathbf{E}_{mb} \cos \omega t$ и интенсивностью $I_b = \alpha \mathrm{E}_{mb}^2$, где $\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$.

Разделим волновую поверхность в щели на N одинаковых участков шириной $s = b/N$ (на рис. 2.3 N = 4). По принципу Гюйгенса-Френеля [1], каждый такой участок считаем когерентным источником вторичных волн, вектор напряженности электрического поля которых в плоскости щели $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos \omega t$, где $E_m = E_{mb}/N$.

Для лучей всех вторичных источников, направленных под углом φ относительно нормали к щели, вектор напряженности электрического поля

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{m1} \cos \omega t \tag{2.1}$$

имеет амплитуду, определенную как проекция вектора $\mathbf{E}$ на направление нормали AB к дифрагированным лучам, $E_{m1} = E_m \cos \varphi = \frac{E_{mn}}{N} \cos \varphi$. Угол дифракции φ мал, так что $\cos \varphi \approx 1$ и $E_{m1} \approx E_{mb}/N$.

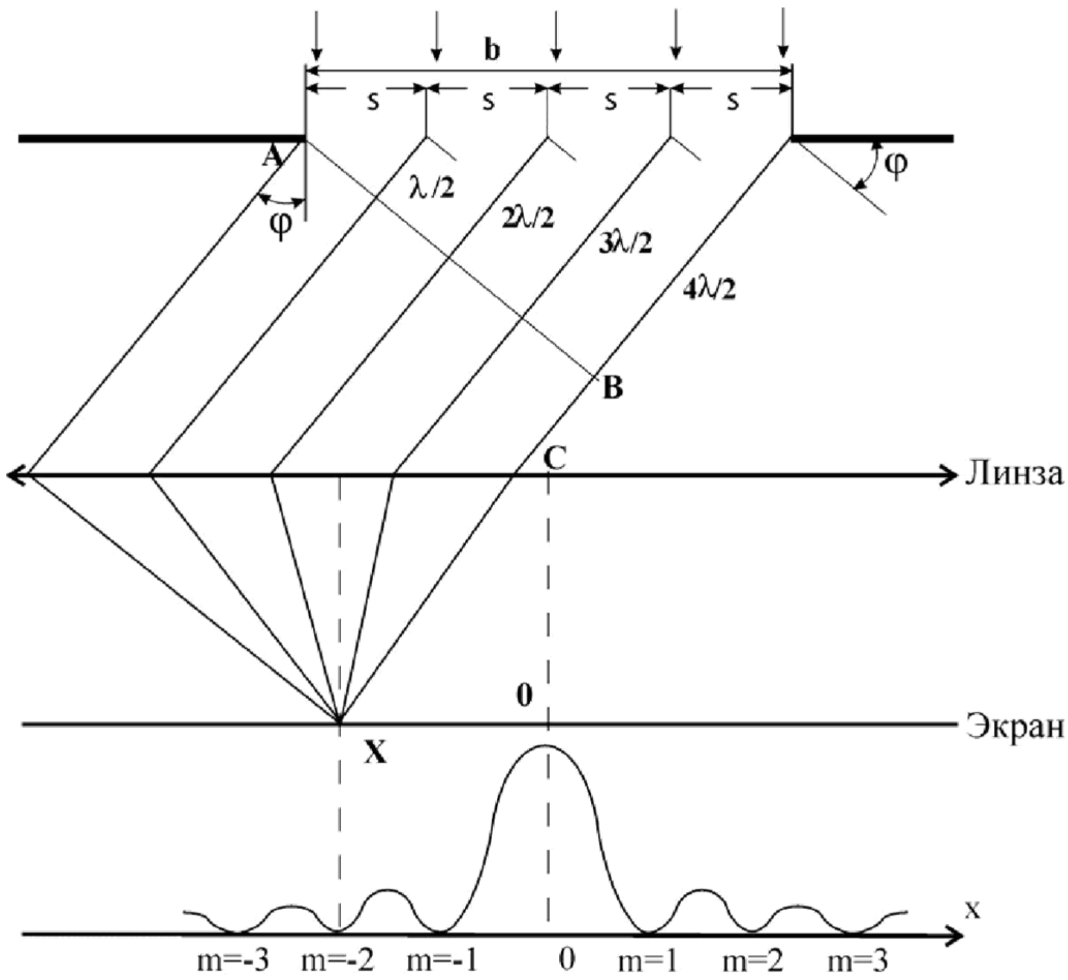

Рис. 2.3

Из множества возможных значений угол дифракции φ условимся выбирать таким, чтобы вторичные источники света в щели являлись зонами Френеля. Для этого разность хода любых двух соседних лучей от их источников до некоторой нормали *AB* к лучам (волновой поверхности дифрагированного пучка света) должна равняться половине длины волны света: $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$. Поскольку $\Delta l = s \sin\varphi = \frac{b}{N}\sin\varphi$, на ширине b щели укладывается N зон Френеля, если

$$b \sin\varphi = N\frac{\lambda}{2}. \tag{2.2}$$

При наблюдении дифракционной картины обычно $N \le 7$. На нормали *AB* векторы напряженности электрического поля двух любых соседних лучей, имея одинаковые модули, колеблются в противофазе, поэтому их геометрическая сумма равна нулю (например, $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0$, $\mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 = 0$ и т. д.) в любой момент времени. Сведенные в одну точку любые два соседних луча «гасят» друг друга, имеют результирующую интенсивность $I_{1-2} = \alpha\left(\mathrm{E}_{m1} - \mathrm{E}_{m2}\right)^2 = 0$ и т. д.

Пучок из *N* параллельных лучей линза *Л* собирает в точке *X* экрана *Э*, расположенного в фокальной плоскости. При этом угол между направлением *CO* и прямой *CX* равен углу дифракции φ.

Результат суперпозиции лучей в точке *X* экрана будет таким же, как если бы сложение векторов напряженности электрического поля было осуществлено на нормали (волновой поверхности) *AB*. Это следует из того, что от нормали *AB* до точки *X* на экране все *N* лучей параллельного пучка имеют, с учетом свойств линзы, одинаковую оптическую длину [1].

Таким образом, для рассмотрения дифракционной картины на экране нам необходимо знать значение результирующего вектора напряженности электрического поля на нормали *AB*

$$\mathbf{E}_\varphi = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \ldots + \mathbf{E}_N = \mathbf{E}_{m\varphi}\cos\omega t,$$

определяющего интенсивность света в точке *X* экрана $I_\varphi = \alpha \mathrm{E}_{m\varphi}^2$. Принципиально важными являются следующие два случая: а) при четном числе $N = 2,\ 4,\ 6, \ldots, 2m$ (где $m = 1, 2, 3\ldots$) амплитуда $\mathrm{E}_{m\varphi} = 0$ и интенсивность света на экране будет минимальна: $I_{\min} = 0$; б) при нечетном числе N = 3, 5, 7, …, (2n + 1), (где n = 1, 2, 3…) амплитуда вектора напряженности электрического поля $E_{m\varphi} = E_{m1} \approx \frac{E_{mb}}{N}$ обеспечивает максимальную интенсивность света на экране

$$I_{\max} = \alpha E_{m\varphi}^2 \approx \frac{I_b}{N^2} \ . \tag{2.3}$$

Таким образом, при $N = 2m$ из формулы (2.2) следует условие дифракционных минимумов ($I = I_{\min}$):

$$b \sin \varphi_n = \pm n\lambda \, , \tag{2.4}$$

где $m = 1, 2, 3\ldots$ – «порядок» минимума. При $N = 2n + 1$ из формулы (2.2) получим условие дифракционных максимумов ($I = I_{\max}$):

$$b \sin \varphi_n = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda \tag{2.5}$$

где $n = 1, 2, 3\ldots$ – «порядок» максимума.

При угле дифракции $\varphi = 0$ в точке $x = 0$ экрана будет наблюдаться наиболее интенсивный ($I_0 = \alpha \mathrm{E}_m^2 \approx I_b$) центральный максимум.

Интенсивность дифрагированного света от максимального значения до минимального уменьшается постепенно, как показано на рис. 2.3. Ее распределение описывается следующей [1] точной зависимостью:

$$I_\varphi = I_0 \left[\frac{\sin\left(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2 , \tag{2.6}$$

для которой условие (2.4) остается справедливым как следствие требования $I_\varphi = 0$. Условие же максимумов интенсивности отличается от (2.5) и имеет следующий вид [2]:

$$b \sin \varphi = \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi \right) . \tag{2.7}$$

Однако расчеты показывают, что формула (2.5) по сравнению с (2.7) дает лишь несущественно завышенные значения угла дифракции φ_n: примерно 5% для $n = 1$, на 2% для $n = 2$ и т.д. Такая ошибка пренебрежимо мала, и формулу (2.5) можно считать справедливой. Подставив ее в выражение (2.6), для $n = 1, 2, 3$ и т.д. получим

$$I_{\max \varphi} = \frac{I_0}{\pi^2 (n + 0.5)^2} ,$$

откуда следует, что максимумы $I_{\max\varphi}$ высших порядков по сравнению с центральным I_0 очень слабые, а именно: $I_{\max 1} = 0{,}045 I_0$, $I_{\max 2} = 0{,}016 I_0$, $I_{\max 3} = 0{,}008 I_0$ и т. д.

Из (2.6) вытекает, что $I_{-\varphi} = I_{\varphi}$. Это означает, что дифракционная картина симметрична относительно центра линзы.

При малых углах дифракции на экране координаты минимумов или максимумов (рис.1) $x = F\,\mathrm{tg}\,\varphi \approx F\sin\varphi$. Отсюда и из условий (2.4) и (2.5) получим

$$\begin{cases} x_m = \pm m\dfrac{\lambda}{b}F - \text{ координаты минимумов при дифракции на щели,} \\ x_m = \pm\left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{b}F - \text{ координаты максимумов при дифракции на щели;} \end{cases}$$

где $m = 1,\ 2,\ 3\ldots$.

Ширина центрального максимума (рис. 2.3), ограниченная минимумами $m = 1$ порядка, определяется зависимостью

$$\Delta x_0 = 2\frac{\lambda}{b}F\ . \tag{2.8}$$

Она увеличивается при уменьшении ширины щели b, что не может быть объяснено законами геометрической оптики. При $b >> \lambda$ дифракция становится слабо выраженной, а на экране наблюдается геометрическое изображение щели. Однако в любом случае дифракцию можно наблюдать только при $b > \lambda$, так как в формуле (2.4) $\sin\varphi_m \le 1$, а $b_{\min} \ge m\lambda$, где $m = 1,\ 2,\ 3\ldots$.

На экране, достаточно удаленном (на расстояние L) от щели, дифракцию Фраунгофера можно наблюдать и без собирающей линзы *Л*, для этого необходимо чтобы выполнялось условие $L >> b^2/\lambda$.

Пучок света, сходящийся в точке $x = L\,\mathrm{tg}\,\varphi \approx L\sin\varphi$ экрана, практически остается параллельным. Из формул (2.4) и (2.5) в этом случае следует, что координаты минимумов и максимумов при дифракции на щели равны соответственно:

$$\begin{cases} x_m = \pm m\dfrac{\lambda}{b}L - \text{ координаты минимумов при дифракции на щели,} \\ x_m = \pm\left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{b}L - \text{ координаты максимумов при дифракции на щели.} \end{cases} \tag{2.9}$$

Исследование дифракции Фраунгофера на нескольких щелях. Дифракционная решетка

Прозрачной одномерной дифракционной решеткой называют периодическую систему параллельных щелей в преграде, имеющих одинаковую ширину b и расположенных на одинаковом расстоянии a друг от друга. Основным параметром решетки является ее период d (постоянная решетки). Для разных решеток делают d = 1…30 мкм. Дифракционные решетки создают эффект резкого разделения и усиления интенсивности света в области максимумов, что делает их незаменимыми оптическими приборами. Они позволяют получать ярко выраженную дифракционную картину.

На рис. 2.4 показан одно из поперечных сечений ряда щелей решетки *ДР*, линзы *Л*, экрана *Э* и ход лучей дифрагированного света от N щелей (на рис. 2.4 $N = 3$).

Пусть на N щелей решетки по нормали падает пучок параллельных лучей. Эти щели можно рассматривать как N когерентных источников света с синфазными колебаниями вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$. На каждой щели происходит дифракция света. Дифрагированные под одинаковым углом φ лучи (фраунгоферовский способ наблюдения) от N когерентных источников при суперпозиции интерферируют. Поэтому перераспределение интенсивности света, прошедшего через дифракционную решетку, можно рассматривать как многолучевую интерференцию N лучей.

В каждой щели колебания вектора напряженности электрического поля $E_\varphi = E_{m\varphi}\cos\omega t$ дифрагированного под углом φ луча происходят с амплитудой $E_{m\varphi}$, определяющей интенсивность света $I_\varphi = \alpha E_{m\varphi}^2$ (рис. 2.3). При этом интенсивность может быть минимальной ($E_{m\varphi} = 0$, $I_{\min} = 0$), если выполняется условие (2.4), и максимальной, когда выполняется условие (2.5).

Результат суперпозиции N лучей в точке X экрана *Э* будет таким же, как если бы она осуществлялась на нормали АВ (рис. 2.4), проведенной к направлению лучей. Если выполняется условие (2.4), суммарная амплитуда колебаний вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}_{mN} = \sum\limits_{m=1}^{N} \mathbf{E}_{m\varphi} = 0$, так как $\mathbf{E}_{m\varphi} = 0$, и результирующая интенсивность света равна нулю: $I_N = \alpha E_{mN}^2 = 0$. Для решетки этот результат называют главным минимумом интенсивности света, и определяется он формулой (2.4), а именно

$$b \sin\varphi_m = \pm m\lambda \qquad (2.10)$$

где m = 1, 2, 3… – порядок главного минимума.

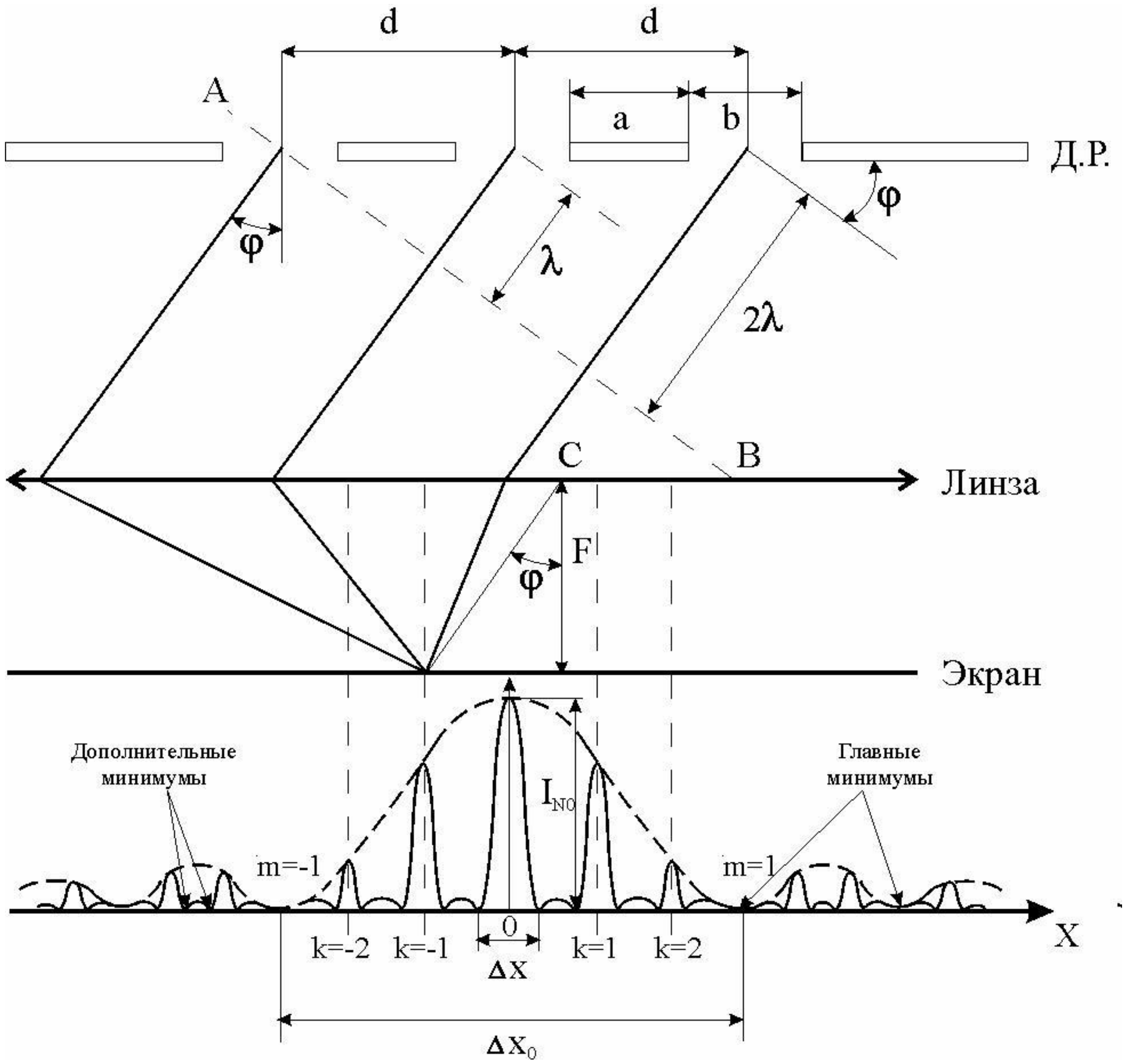

Рис. 2.4

Если амплитуда $E_{m\varphi}$ дифрагированных лучей не равна нулю, то при суперпозиции их на нормали AB могут быть получены интерференционные максимумы интенсивности света. Известно, что эти максимумы наблюдаются при разности хода двух любых соседних лучей от источников до нормали AB, равной целому числу длин волн, как показано на рис. 2.4, т. е. при $\Delta l = k\lambda$, где $k = 0, 1, 2, 3...$.

Из рис. 2.4 видно, что $\Delta l = d\sin\varphi$. Следовательно, для дифракционной решетки главные максимумы интенсивности света наблюдаются при условии

$$d \sin\varphi_k = \pm k\lambda. \qquad (2.11)$$

На рис. 2.4 ход лучей показан для случая $\Delta l = \lambda$ и $k = 1$, когда координата x на экране $Э$ соответствует главному максимуму первого порядка.

При условии (2.11) векторы напряженности электрического поля всех N лучей на нормали AB колеблются синфазно и при суперпозиции дают амплитуду результирующего колебания $\mathbf{E}_{mN} = \sum_{m=1}^{N} \mathbf{E}_{m\varphi} = N\mathbf{E}_{m\varphi}$, которой соответствует интенсивность света

$$I_N = \alpha E_\varphi^2 = N^2 I_\varphi, \tag{2.12}$$

где I_φ – интенсивность света при дифракции на одной щели (рис. 1), определяемая формулой (2.6).

Так как между главными минимумами, например, первого порядка $(m = 1)$, содержится не один, а несколько главных максимумов, то формула (2.12) характеризует огибающую наибольших значений интенсивности света этих нескольких главных максимумов, показанную на рис. 2.4 пунктирной линией. Из формулы (2.12) видно, что дифракционная решетка позволяет резко (в N^2 раз) усилить интенсивность света в области максимумов по сравнению с картиной дифракции на одной щели.

Более строго распределение интенсивности света при дифракции на решетке, показанное на рис. 2, определяется зависимостью [1]:

$$I_N = I_\varphi \left[\frac{\sin\left(N\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi \right)}{\sin\left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi \right)} \right]^2, \tag{2.13}$$

для которой остаются справедливыми условия (2.10), (2.11) и (2.12).

Главные максимумы разделены между собой не только главными минимумами, но и рядом дополнительных минимумов, которые образуются вследствие интерференции N лучей при колебаниях вектора напряженности электрического поля в противофазе. Такие лучи гасят друг друга. Между «дополнительными минимумами» располагаются очень слабые «побочные максимумы», число которых между соседними главными максимумами равно $Z_{\text{поб}} = N - 2$. На рис. 2.4 при $N = 3$ число $Z_{\text{поб}} = 1$.

При $k = 0$ $(\varphi_k = 0)$ в точке $x = 0$ экрана против центра линзы расположен центральный главный максимум. Симметрично относительно него расположены менее интенсивные главные максимумы высших порядков. Между главными минимумами первого порядка число главных максимумов

$$Z_{\text{гл}} = 2\frac{d}{b} - 1,$$

между главными максимумами возрастающих порядков число главных максимумов

$$Z'_{\text{гл}} = \frac{d}{b} - 1.$$

На рис. 2.4 для отношения $d/b = 3$ имеем $Z_{\text{гл}} = 5,\ Z'_{\text{гл}} = 2$.

Ширина главных максимумов зависит от числа N щелей, участвующих в дифракции, и определяется формулой

$$\Delta x = 2\frac{\lambda}{Nd}F. \tag{2.14}$$

Из сравнения формул (2.9) и (2.13) видно, что $\Delta x << \Delta x_0$ (см. рис. 2).

Дифракционная решетка создает эффект резкого разделения максимумов интенсивности света.

Из рис. 2.4 видно, что при малых углах дифракции координата главного минимума или максимума на экране $x = F\,\text{tg}\,\varphi \approx F\sin\varphi$ с учетом формул (2.10) или (2.11) определяется следующим образом:

$$\begin{cases} x_m = \pm m\dfrac{\lambda}{b}F, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ldots \ - \text{координаты главных минимумов;} \\ x_k = \pm k\dfrac{\lambda}{d}F, \text{ где } k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ldots \ - \text{координаты главных максимумов.} \end{cases} \tag{2.15}$$

При больших расстояниях L от решетки до экрана суперпозиция параллельных дифрагированных лучей осуществляется на экране и без собирающей линзы в точке $x \approx L\sin\varphi$, когда координаты главных минимумов и максимумов соответствуют формулам:

$$\begin{cases} x_m = \pm m\dfrac{\lambda}{b}L, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ldots \ - \text{координаты главных минимумов;} \\ x_k = \pm k\dfrac{\lambda}{d}L, \text{ где } k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ldots \ - \text{координаты главных максимумов.} \end{cases} \tag{2.16}$$

Дифракция на двух и на четырех щелях может рассматриваться как частный случай дифракции на решетке ($N = 2$ и $N = 4$ соответственно). При этом характер дифракционной картины соответствует рассмотренной на рис. 2.4, где для дифракции на двух щелях $Z_{\text{поб}} = 0$, $\Delta x = \dfrac{b\Delta x_0}{2d} = \dfrac{\Delta x_0}{Z_{\text{гл}} + 1}$, а для дифракции на четырех щелях $Z_{\text{поб}} = 2$, $\Delta x = \dfrac{b\Delta x_0}{4d} = \dfrac{\Delta x_0}{2\left(Z_{\text{гл}} + 1\right)}$.

Наклонное падение лучей на дифракционную решетку

Если плоская монохроматическая волна падает на решетку, работающую на пропускание, под углом θ (рис. 2.5), тогда разность хода двух соседних лучей, дифрагировавших под углом φ равна:

$$\Delta l = d(\sin\theta - \sin\varphi). \tag{2.17}$$

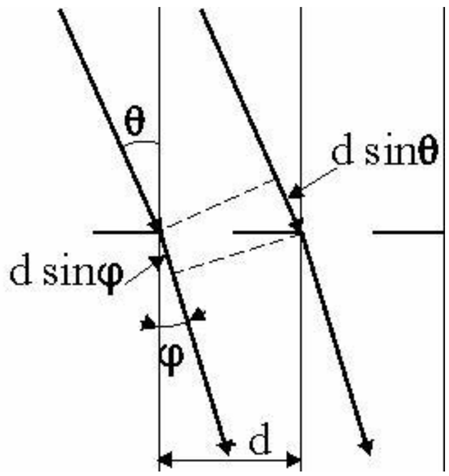

Рис. 2.5

В этом случае условие (2.11), при котором наблюдаются главные максимумы интенсивности света, для дифракционной решетки запишется в виде:

$$d(\sin\theta - \sin\varphi_k) = \pm k\lambda \tag{2.18}$$

где $k = 0, 1, 2, 3...$ – порядок главного максимума.

Распределение интенсивности дифрагированного света для решетки, состоящей из N элементов с шириной щели b и периодом решетки d в случае падения на нее излучения под углом θ будет иметь вид:

$$I_{N\theta} = I_0 \left[\frac{\sin\left(\pi\frac{b}{\lambda}(\sin\theta - \sin\varphi)\right)}{\pi\frac{b}{\lambda}(\sin\theta - \sin\varphi)}\right]^2 \left[\frac{\sin\left(N\pi\frac{d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\varphi)\right)}{\sin\left(\pi\frac{d}{\lambda}(\sin\theta - \sin\varphi)\right)}\right]^2, \tag{2.19}$$

где I_0 – интенсивность не дифрагированного излучения ($\varphi = 0$).

При $d >> \lambda$ углы дифракции малы, т. е. $\varphi_k \approx \theta$, и условие главных максимумов (2.18) можно переписать в виде:

$$d(\theta - \varphi_k)\cos\theta = \pm k\lambda \tag{2.20}$$

где k = 0, 1, 2,..

При малых углах дифракции φ_k условие максимумов для нормального падения света на дифракционную решетку (2.11) можно переписать в виде:

$$d\varphi_k = \pm k\lambda, \qquad (2.21)$$

где k =0, 1, 2,..

Сравнение (2.20) и (2.21) показывает, что угол дифракции $(\theta - \varphi_k)$ при наклонном падении вычисляется так же, как при нормальном падении света, но с уменьшенным значением периода решетки

$$d' = d\cos\theta. \qquad (2.22)$$

Следовательно, при довольно большом наклоне ($\theta \approx 90°$) падающего луча кажущаяся постоянная решетки $d\cos\theta$ становится весьма малой и на решетке с $d >> \lambda$ при таком освещении можно будет наблюдать четкую дифракционную картину. Это свойство используется при исследовании дифракции рентгеновских лучей.

Дифракция на двумерной решетке

Двумерная решетка представляет собой скрещенные перпендикулярно друг другу решетки с периодами d_1 и d_2, причем часто $d_1 = d_2$. Пусть ось x перпендикулярна щелям первой решетки. Ось y – щелям второй, а ось z направлена перпендикулярно плоскости двумерной решетки. Углы между падающими и дифрагированными лучами и осями x, y, z обозначим, соответственно, через α_0, β_0, γ_0 и α, β, γ. Очевидно, что α, β, γ – углы, дополняющие углы дифракции до 90^{o} (рис. 2.6).

Пусть на двумерную решетку нормально $\alpha_0 = \pi/2$, $\beta_0 = \pi/2$, $\gamma_0 = 0$ падает плоская волна. Тогда условия возникновения главных максимумов для излучения с длиной волны λ имеют вид:

$$\begin{cases} d_1 \cos\alpha = k_1\lambda; \\ d_2 \cos\beta = k_2\lambda, \end{cases} \qquad (2.23)$$

где $k_1, k_2 = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Углы α, β, γ связаны между собой соотношением

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \qquad (2.24)$$

Выражения (2.23) и (2.24) позволяют при известных d_1, d_2, λ определить углы α, β, γ, характеризующие направление дифрагированного луча для максимумов того или иного порядка. Если в каждой решетке число щелей N_1 и N_2 достаточно велико, то максимумы будут очень острыми и в них сосредоточится практически вся световая энергия дифрагировавших волн. В результате на экране, расположенном за двумерной решеткой получится дифракционная картина в виде четких, симметрично расположенных световых пятен, каждому из которых соответствуют два целочисленных индекса k_1 и k_2 (рис. 2.7).

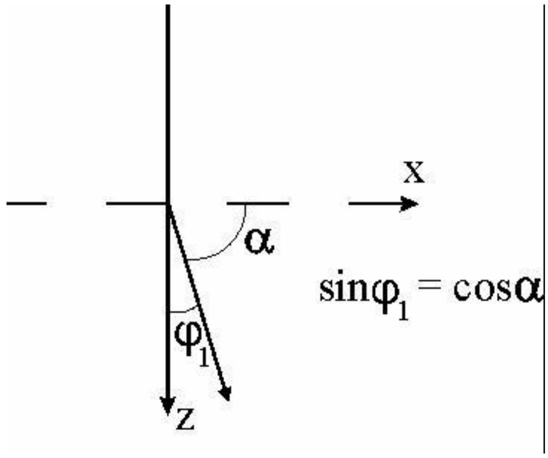

Рис. 2.6

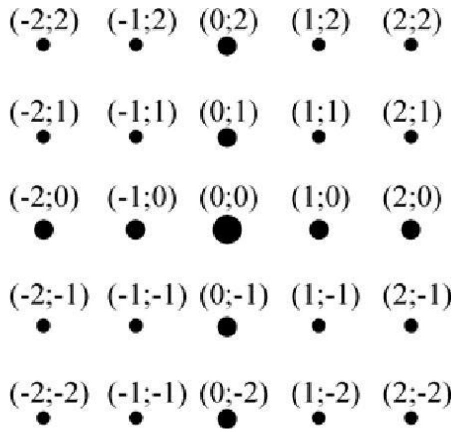

Рис. 2.7

Главные максимумы возникают только тогда, когда $d_1 \cos\alpha/\lambda = k_1$ и одновременно $d_2 \cos\beta/\lambda = k_2$. В этом случае интенсивность света в данном направлении $I \sim N_1^2 N_2^2$. В центре картины находится максимум нулевого порядка, который лежит в направлении α_0, β_0.

Если углы дифракции малы, координаты главных максимумов вдоль оси x и вдоль оси y определятся соответственно как:

$$\begin{cases} x_{k_1} = \pm k_1 \dfrac{\lambda}{d_1} F, \quad k_1 = 0, 1, 2, 3, \ldots \\ y_{k_2} = \pm k_2 \dfrac{\lambda}{d_2} F, \quad k_2 = 0, 1, 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{2.25}$$

При больших расстояниях L от решетки до экрана, суперпозиция параллельных дифрагированных лучей осуществляется на экране и без собирающей линзы и выражения (2.25) примут вид:

$$\begin{cases} x_{k_1} = \pm k_1 \dfrac{\lambda}{d_1} L, \quad k_1 = 0, 1, 2, 3, \ldots \\ y_{k_2} = \pm k_2 \dfrac{\lambda}{d_2} L, \quad k_2 = 0, 1, 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{2.26}$$

Пусть теперь волна падает на двумерную решетку наклонно (т. е. углы α_0, β_0 отличны от $\pi/2$. Тогда условия возникновения главных максимумов примут вид:

$$\begin{cases} d_1 \left(\cos\alpha - \cos\alpha_0\right) = k_1 \lambda, \\ d_2 \left(\cos\beta - \cos\beta_0\right) = k_2 \lambda. \end{cases} \tag{2.27}$$

Общий характер дифракционной картины, в этом случае, останется прежним, изменятся лишь масштабы по осям x и y наблюдаемой дифракционной картины.

Если решетки d_1 и d_2 взаимно не перпендикулярны, а составляют какой-либо угол между собой, положение максимумов будет зависеть от угла между штрихами решеток. Однако нарушение строгой периодичности щелей (хаотическое их распределение) приводит к существенному изменению общей картины: наблюдаются симметричные размытые интерференционные кольца. Интенсивность наблюдаемых колец пропорциональна не квадрату числа щелей, а числу щелей. Таким образом, по расположению максимумов можно судить о величине периодов d_1 и d_2 и взаимной ориентации решеток.

Экспериментальная установка состоит из основания с электронным блоком и стойки, служащей вертикальной оптической скамьей и блоком осветителей. В верхней части оптического блока находится лазерный источник света.

Ниже расположенная турель содержит объекты исследования. Рекомендуется вначале провести измерения с одиночной щелью, установив ее (см. пиктограмму) под лазерным источником. Затем, вращая турель, переходить к двум, четырем щелям, одномерной и двухмерной дифракционным решеткам, место расположения которых определяется также по соответствующим пиктограммам.

На верхнюю крышку электронного блока положите лист белой бумаги, который будет играть роль экрана наблюдения.

Указания по проведению эксперимента

1. Изучите теорию явления интерференции, дифракции на щели и на решетке.
2. Ознакомьтесь с порядком включения и выключения лазерного источника света. <u>Обратите особое внимание на недопустимость попадания в глаза прямого лазерного излучения.</u>
3. Включите лазерный монохроматический источник света (длина волны источника указана на передней панели установки).
4. Установите одиночную щель в положение перпендикулярное направлению светового пучка. При этом стрелка, закрепленная на оси вращения пластинки со щелью, должна указывать на 0°. Зарисуйте дифракционную картину.

5. Поверните щель на угол 30^{o} по отношению к первоначальному положению. Пронаблюдайте изменения дифракционной картины и зарисуйте её. Объясните увиденное.
6. Установите, повернув турель, на место одиночной щели пластинку с двумя щелями. Убедитесь, что плоскость пластинки перпендикулярна световому пучку. Зарисуйте дифракционную картину.
7. Поверните пластинку со щелями на угол 30° и 60°. Зарисуйте дифракционные картины.
8. Повторите п.п. 6, 7, 8 для пластинок с четырьмя щелями и одномерной дифракционной решеткой.
9. Установите в качестве объекта исследования двумерную дифракционную решетку. Зарисуйте картину.
10. Поверните пластинку с двумерной дифракционной решеткой на угол 30° и 60°. Пронаблюдайте и зарисуйте изменения дифракционной картины.
11. Установите, повернув турель, пластинку с двумя щелями. Для различных углов поворота (рис. 2.2) определите расстояние между серединами интерференционных максимумов Δx.

Указания по обработке результатов

1. На основе дифракционной картины, полученной в п. 4 «Указаний по проведению эксперимента», определите положение минимума первого порядка и по формуле (2.9) определите ширину щели b.
2. Объясните изменения дифракционной картины согласно п. 5 «Указаний по проведению эксперимента» и сопоставьте их с теоретическим расчетом.
3. На основе дифракционной картины согласно п. 6 «Указаний по проведению эксперимента» определите положение максимума первого порядка ($k=1$) и по формуле (2.16) найдите расстояние d между щелями.
4. Вычислите расстояние d, пользуясь изображениями дифракционных картин согласно п. 7 «Указаний по проведению эксперимента», приняв во внимание формулу (2.22).
5. Проведите расчеты аналогично пп. 3 и 4 для пластинок с четырьмя щелями и одномерной дифракционной решеткой (по данным п. 8 «Указаний по проведению эксперимента»).
6. На основе дифракционной картины согласно п. 9 «Указаний по проведению эксперимента» определите положение максимума первого порядка вдоль оси x и y ($k_1, k_2 = 1$) и по формуле (2.26) найдите периоды решеток d_1, d_2.

7. Объясните изменения дифракционной картины согласно п. 10 «Указаний по проведению эксперимента» и подтвердите их теоретическим расчетом.
8. На основе измерений согласно п. 11 «Указаний по проведению эксперимента», определите размер $d = \dfrac{\lambda_0 L}{\Delta x \cos\alpha}$ выборочным методом. Длина волны лазерного излучения λ_0 и расстояние от щелей до плоскости экрана L указаны на установке. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается отличие интерференции от дифракции?

2. Могут ли проявляться явления интерференции и дифракции одновременно в одном процессе?

3. В чем отличие дифракции Фраунгофера от дифракции Френеля? Каким образом может быть реализована дифракция Фраунгофера?

4. Какие условия необходимы для наблюдения интерференционной картины?

5. В каких местах на экране наблюдаются интерференционные максимумы интенсивности от двух точечных источников?

6. В чем отличие между соседними зонами Френеля?

7. Выведите формулу (2.6).

8. Объясните условия возникновения минимумов и максимумов дифракционной решетки (2.4) и (2.5).

9. Выведите формулу (2.7).

10. Выведите формулу (2.13).

11. Выведите формулу (2.14).

12. Нарисуйте распределение интенсивности для случая дифракции на трех щелях $N = 4$ при условии, что $d = 2b$.

Лабораторная работа 3. ФОТОМЕТРИЯ

Цель работы: Исследование зависимости освещенности от расстояния между протяженным источником и приемником света.

Общие сведения

Фотометрией называется раздел оптики, занимающийся измерением энергетических и световых потоков, а также величин, связанных с ними. Потоком энергии называется количество энергии, переносимое через некоторую произвольную площадку в единицу времени. Единицей измерения потока энергии в СИ является Ватт (Вт, в англоязычных статьях – W).

Видимый свет включает электромагнитные волны, длина которых попадает в видимый диапазон: 0,40 – 0,76 мкм. Излучение реальных световых источников представляет собой наложение волн с различными длинами.

Для описания распределения потока энергии по длинам волн вводится функция распределения

$$\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_e}{d\lambda}. \tag{3.1}$$

Здесь $d\Phi_e$ – поток энергии, приходящийся на длины волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Для белого света $\varphi(\lambda) = \text{const}$ во всем видимом диапазоне длин волн. Если $\varphi(\lambda)$ отлично от нуля только в узком диапазоне длин волн $\Delta\lambda << \lambda$, то свет называют квазимонохроматическим.

Зная вид функции $\varphi(\lambda)$, можно вычислить поток энергии, переносимый волнами с длинами от λ_1 до λ_2:

$$\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda. \tag{3.2}$$

Человеческий глаз по-разному воспринимает световые волны, в зависимости от их частоты. Чувствительность среднего нормального человеческого глаза к излучению разной длины волны можно описать кривой относительной спектральной чувствительности $V(\lambda)$. При этом различают дневное и ночное зрение.

Глаз при дневном зрении наиболее чувствителен к излучению с длиной волны 555 нм (зеленая часть спектра, в излучении Солнца эта длина волны представлена с наибольшей интенсивностью). Для этой длины волны полагают $V(\lambda) = 1$. При одинаковых потоках энергии оцениваемая зрительно интенсивность света для других длин волн воспринимается меньшей. Значения $V(\lambda)$ обратно пропорциональны

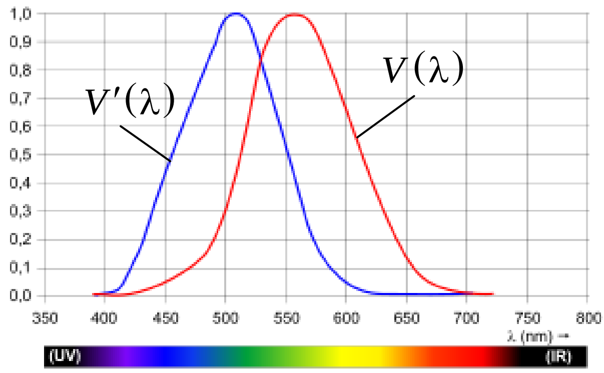

Рис. 3.1. Относительная спектральная световая чувствительность для дневного $V(\lambda)$ и ночного $V'(\lambda)$ зрения

значениям потоков энергии, которые вызывают одинаковое по интенсивности зрительное ощущение:

$$\frac{V(\lambda_1)}{V(\lambda_2)} = \frac{(d\Phi_e)_2}{(d\Phi_e)_1}. \qquad (3.3)$$

Активную часть своей жизни человек проводит при освещении, когда функционирует дневное зрение. При этом он получает большую часть визуальной информации. В основу системы световых фотометрических величин положена спектральная чувствительность $V(\lambda)$, относящаяся к дневному зрению. Для обозначения световых фотометрических величин используют индекс v, $X_v(\lambda)$, для соответствующих им энергетических величин – индекс e, $X_e(\lambda)$:

$$X_v(\lambda) = V(\lambda) X_e(\lambda). \qquad (3.4)$$

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение, вводят величину Φ_v, представляющую собой поток световой энергии, оцениваемый по зрительному ощущению, и называемую световым потоком.

$$d\Phi_v = V(\lambda) d\Phi_e = V(\lambda)\varphi(\lambda) d\lambda. \qquad (3.5)$$

Тогда полный световой поток

$$\Phi_v = \int_0^\infty V(\lambda)\varphi(\lambda) d\lambda. \qquad (3.6)$$

Для характеристики величины световой энергии, переносимой в некотором направлении в единицу времени (значительно превышающую период электромагнитных колебаний) используют понятие силы света. Количественно сила света равна отношению светового потока $d\Phi_v$, распространяющегося внутри элементарного телесного угла $d\Omega$, к этому углу

$$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}, \text{ кд.} \qquad (3.7)$$

Элементарный телесный угол $d\Omega$ определяется как отношение площадки dS, вырезаемой конусом на сферической поверхности, к квадрату радиуса $d\Omega = \frac{dS}{r^2}$ и измеряется в стерадианах (ср, в англоязычной литературе – sr). Полный телесный угол равен 4π.

В общем случае сила света зависит от направления $I_v = I_v(\theta,\varphi)$, где θ, φ – полярный и азимутальный углы в сферической системе координат. Если сила света источника одинакова во всех направлениях, то источник называется изотропным. Для изотропного источника сила света

$$I_v = \frac{\Phi_v}{4\pi}, \qquad (3.8)$$

где Φ_v – полный световой поток, излучаемый источником по всем направлениям.

Сила света измеряется в СИ в канделах (кд, международное обозначение cd, от лат. candela – свеча). Одна кандела – это сила света источника, испускающего в заданном направлении монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Единицей измерения светового потока является люмен (лм, lm). Один люмен равен световому потоку, излучаемому изотропным источником с силой света в 1 кд в пределах телесного угла в один стерадиан: $1\,\text{лм} = 1\,\text{кд} \cdot 1\,\text{ср}$.

Опытным путем было установлено, что световому потоку в 1 лм, образованному излучением с длиной волны 555 нм, соответствует поток энергии 0,0016 Вт. Тогда световому потоку, образованному излучением с длиной волны λ, соответствует поток энергии

$$\Phi_e = 0{,}0016 / V(\lambda)\ \text{Вт}. \qquad (3.9)$$

Для характеристики энергии света, падающего на поверхность, вводят понятие освещенности. Освещенностью называется физическая величина, определяемая отношением светового потока, падающего на малый участок поверхности, содержащий рассматриваемую точку, к площади этого участка

$$E_v = \frac{d\Phi_{v\,\text{пад}}}{dS_{\text{пов}}},\ \text{лк}. \qquad (3.10)$$

Единицей освещенности является люкс (лк, lx), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 лм на площади 1 м^2: 1 лк = 1 лм : 1 м^2.

Освещенность, создаваемую точечным источником света, можно выразить через силу света I_v, расстояние r от рассматриваемой поверхности до источника и угол α между нормалью к поверхности $\mathbf{n}$ и направлением на источник:

$$E_v = \frac{I_v \cos\alpha}{r^2}. \qquad (3.11)$$

Светимость характеризует протяженные источники. Светимостью M_v называется физическая величина, равная отношению светового потока, испускаемого единицей площади источника по всем направлениям:

$$M_v = \frac{d\Phi_{v\,\text{исп}}}{dS_{\text{ист}}}, \tag{3.12}$$

где $d\Phi_{v\,\text{исп}}$ – поток, испускаемый наружу по всем направлениям элементом поверхности $dS_{\text{ист}}$ источника. Единицей измерения светимости является люмен на квадратный метр $\left(\text{лм}/\text{м}^2\right)$.

Светимость может возникнуть за счет отражения или рассеяния поверхностью падающего на нее света. Тогда под $d\Phi_{v\,\text{исп}}$ подразумевается поток, отраженный или рассеянный элементом поверхности dS по всем направлениям.

Если светимость характеризует излучение (отражение) света данным элементом поверхности источника по всем направлениям, то для характеристики излучения (отражения) света в заданном направлении служит яркость L_v. Яркость определяют как отношение силы света dI_v элемента поверхности ΔS в заданном направлении к проекции ΔS на плоскость, перпендикулярную к рассматриваемому направлению $\Delta S_{\perp}$. Яркость – это световой поток, распространяющийся в некотором направлении в единичном телесном угле с единичной площадки, расположенной нормально к рассматриваемому направлению.

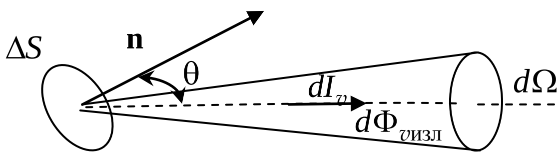

Рис. 3.2. К определению яркости

$$L_v = \frac{d\Phi_{v\text{изл}}}{d\Omega \Delta S \cos\theta},\ \text{кд}/\text{м}^2 . \tag{3.13}$$

Единица яркости – кандела на квадратный метр ($\text{кд}/\text{м}^2$). Яркостью в $1\ \text{кд}/\text{м}^2$ обладает равномерно светящаяся плоская поверхность в направлении нормали к ней, если в этом направлении сила света одного квадратного метра этой поверхности равна одной канделе.

В общем случае яркость различна для разных направлений: $L_v = L_v(\theta, \varphi)$. Поток, излучаемый площадкой ΔS в пределах телесного угла $d\Omega$ по направлению, определяемому θ и φ, равен

$$d\Phi_{v\text{изл}} = L_v(\theta,\varphi)\, d\Omega \Delta S \cos\theta. \qquad (3.14)$$

Плоский элемент рассеивающей свет (диффузной) поверхности малого размера наилучшим образом испускает излучение в направлении нормали и практически не излучает вдоль поверхности. Ламбертовскими (подчиняющимися закону Ламберта) называются источники, яркость которых одинакова по всем направлениям. При этом поток, испускаемый элементом поверхности такого источника в данном направлении, пропорционален $\cos\theta$, в связи с чем эти источники называют еще косинусными источниками. Реальные тела рассеивают свет со значительными отступлениями от закона Ламберта. Наиболее близки к закону Ламберта матовые шероховатые поверхности гипса, окиси магния, сернокислого бария и др.; из мутных сред – некоторые типы облаков и молочных стекол; среди самосветящихся излучателей – абсолютно чёрное тело, порошкообразные люминофоры.

При этом

$$I(\theta) = I_0 \cos\theta. \qquad (3.15)$$

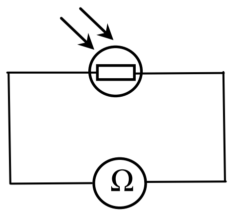

Рис. 3.3. Электрическая схема

Экспериментальная установка состоит из металлической трубы *2* радиусом R со стержнем *3*, в торце которого закреплен светочувствительный элемент *1*, а на боковой поверхности нанесены риски *5* на расстоянии 1 см. Провода соединяют фоторезистор и мультиметр *4*, включенный в режиме измерения сопротивлений. Лист бумаги или матовая крышка *6* рассеивает падающее на торец трубы излучение (свет от источника *7*) по всем направлениям. Стержень с рисками и фотосопротивлением можно выдвигать на заданное расстояние h.

Внутренние стенки трубы покрыты черной краской, препятствующей отражению света.

В качестве светочувствительного элемента использован фоторезистор GL5528. При освещении фоторезистора его фотопроводимость пропорциональна падающему на его рабочую поверхность потоку световой энергии $Y = k\Phi_e$. При этом под фотопроводимостью понимают величину $Y = Y_{\text{осв}} - Y_{\text{темн}}$, т. е. разность между проводимостью в условиях освещенности и в темноте $Y_{\text{осв}}$ и $Y_{\text{темн}}$. Характеристика фоторезистора линейна в довольно широких пределах. В то же время при напряжениях существенно меньше или больше рабочего возможно возникновение нелинейности характеристики.

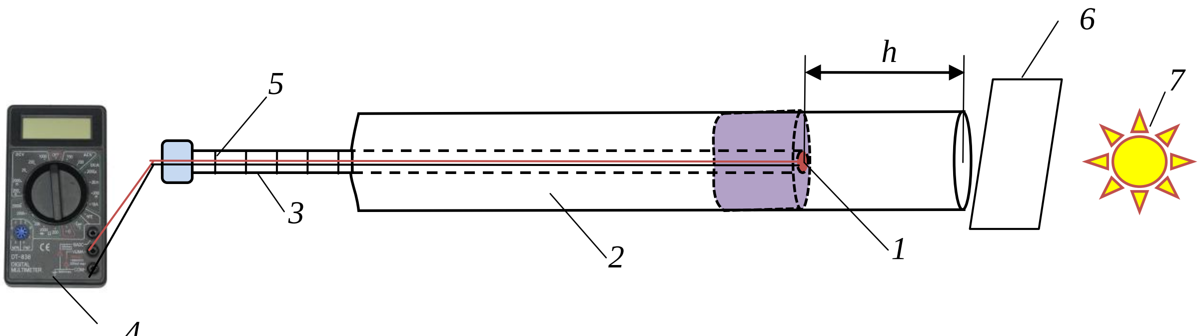

Рис. 3.4. Схема установки

Указания по подготовке к лабораторной работе

Выведите теоретическую зависимость светового потока, падающего на фоторезистор, от расстояния h от него до круглого источника света. Плоский косинусный источник (матовая крышка или лист бумаги на торце трубы) имеет форму круга радиуса R. Источник расположен на расстоянии h от приемника излучения. Площадь поверхности чувствительного элемента S_0. В первом приближении диаметр фоторезистора считайте малым по сравнению с радиусом источника R и расстоянием до него h.

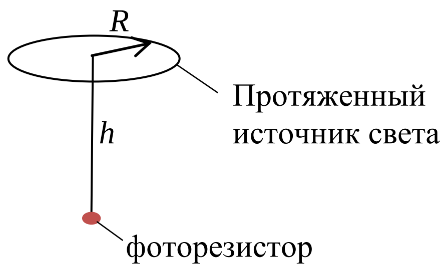

Рис. 3.5. Постановка задачи

Указания по проведению эксперимента

1. Зафиксируйте трубу таким образом, чтобы не менялось расстояние и направление от источника внешнего освещения (лампы на оптической скамье) до входного отверстия трубы, но при этом можно было бы свободно перемещать стержень. Подключите к выводам фоторезистора мультиметр, переведите его в режим измерения сопротивлений.
2. Закройте входное отверстие трубы ладонью или непрозрачной крышкой. Запишите в протокол наблюдений величину темнового сопротивления фоторезистора. Убедитесь, что оно практически не изменяется при изменении h. Снимите непрозрачную крышку.
3. Установите предел измерения мультиметра таким, чтобы максимальное и минимальное значения сопротивления (при полностью выведенном и введенном стержне) не приводили бы к зашкаливанию прибора.
4. Снимите зависимость сопротивления фоторезистора от расстояния h, перемещая стержень с закрепленным на нем фоторезистором внутри

трубы с шагом 1 см. Запишите полученные результаты в протокол наблюдений.

5. Измерьте и запишите внутренний радиус трубы R в протокол наблюдений.
6. Занесите данные о приборных погрешностях мультиметра в режиме омметра в протокол наблюдений.

Указания по обработке результатов

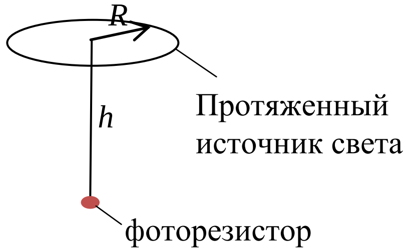

Рис. 1.3. …

1. Считая фотопроводимость Y пропорциональной падающему на фоторезистор энергетическому потоку $Y = k\Phi_e$, где k – некоторая константа, определяемая типом фоторезистора, постройте графики $Y_{\text{эксп}}(h)$ и $Y_{\text{теор}}(h)$. $Y_{\text{теор}}(h)$ выразите, пользуясь теоретической зависимостью светового потока от расстояния, выведенной при подготовке к лабораторной работе. Для построения используйте нормированные величины.

   Сравните полученные графики. Сделайте выводы.
2. В случае существенного несоответствия результатов эксперимента и теоретической зависимости, сформулируйте предложения по уточнению модели, например, с учетом конечных размеров фоторезистора, изменению методики проведения эксперимента. В частности, можно также рассмотреть зависимость вида $Y = k\Phi^x$, где k – некоторая константа, определяемая типом фоторезистора; x – показатель степени, остающийся постоянным в ходе выполнения эксперимента. Построение зависимостей в этом случае рекомендуется проводить в логарифмическом масштабе.

Контрольные вопросы

1. Что такое телесный угол? Под каким телесным углом видна бесконечная плоскость, если смотреть из точки вне этой плоскости?
2. В чем различие между яркостью и светимостью?
3. Какие источники называются косинусными?
4. Сформулируйте закон Ламберта. Для каких тел он выполняется?
5. Сформулируйте принцип обратимости световых лучей. Всегда ли можно им пользоваться?