

Государственный комитет по образованию и технической политике
Российской Федерации
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
им.В.И.Ульянова (Ленина)

Вопросы и задания
по разделу “Электричество”
Методические указания к самостоятельной работе
для студентов всех специальностей

Санкт-Петербург
1998

УДК:

Задачи и вопросы по разделу “Электричество”. Методические указания к самостоятельной работе для студентов всех специальностей

Содержат вводные и индивидуальные задания для каждого студента группы по решению задач на темы данного раздела по курсу общей физики.

Составители : Ю.Е.Зайцев, Г.Д.Лапин, С.Г.Федин

Методические указания утверждены на заседании кафедры

Рецензенты:

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник вопросов и задач предназначен для организации самостоятельной работы студентов в течение семестра. Материал сборника представлен в виде ряда тем, соответствующих рабочей программе курса физики технических университетов.

Вопросы и задания по каждой теме разбиты на три группы (задания). Вводные задания очерчивают минимальный круг необходимых физических и математических понятий по теме. Теоретические задания предназначены для приобретения навыков применения лекционного материала для решения практических задач с последующим их использованием при выполнении индивидуальных заданий. Индивидуальные задания построены по принципу варьирования объектов при единстве постановки проблемы. Такая структура, с одной стороны, делает возможным использование фронтальной методики и коллективное обсуждение узловых моментов решения, с другой стороны - не позволяет тривиально трансформировать варианты решений.

Во всех индивидуальных заданиях номер варианта (N) следует брать равным номеру, под которым стоит фамилия студента в списке группы (возможно соответствие номеру по зачетной книжке). Встречающиеся в тексте заданий численные значения A и K, например, номер точки, рисунка, безразмерный коэффициент в условии и т.д. необходимо брать из ниже представленной таблицы 1. Относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости, если не оговорено особо, принимаются равными 1.

Таблица 1

N	K	N	K	N	K	A
1	1	11	5	21	3	1
2	2	12	6	22	4	2
3	3	13	1	23	5	3
4	4	14	2	24	6	4
5	5	15	3	25	1	5
6	6	16	4	26	2	1
7	1	17	5	27	3	2
8	2	18	6	28	4	3
9	3	19	1	29	5	4
10	4	20	2	30	6	5

Следует помнить, что определение векторной величины предполагает указание ее модуля и направления, т.е. угла относительно горизонтальной оси X (по-

ложительного - против часовой стрелки и отрицательного - в противоположном направлении) или проекций на оси координат.

1. НАПРЯЖЕННОСТЬ И ИНДУКЦИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1.1. Вводное задание

1.1.1. Объясните понятия и термины: заряд q , элементарный заряд e , точечный и пробный заряды, линейная плотность заряда τ , поверхностная плотность заряда σ , объемная плотность заряда ρ , электростатическое поле, его напряженность \vec{E} и индукция (электрическое смещение) \vec{D} ; относительная диэлектрическая проницаемость среды ε ; потоки векторов напряженности Φ_E и индукции Ψ электрического поля; сторонние и связанные заряды. Укажите единицы перечисленных физических величин.

1.1.2. Как с помощью силовых линий изображают картину поля напряженности \vec{E} и индукции \vec{D} электрического поля? Что характеризует густота линий \vec{E} и \vec{D} на карте поля? Как по картине поля определить направление векторов \vec{E} и \vec{D} ? Каким образом элемент площади dS сопоставляется с векторной величиной $d\vec{S}$? Как действует оператор div ?

1.1.3. Дайте пояснения к следующим выражениям:

$$\sum_{k=1}^n q_k = \text{const}, \quad (1.1)$$

$$q = \pm Ne; \quad (1.2)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{\varepsilon r^2}; \quad (1.3)$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}; \quad (1.4)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \vec{r}}{\varepsilon r^2}; \quad (1.5)$$

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k; \quad (1.6)$$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS; \quad (1.7)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}; \quad (1.8)$$

$$\Psi = \int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_S D_n dS; \quad (1.9)$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{k=1}^n q_k = \int_V \rho dV; \quad (1.10)$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum_{k=1}^n q_k; \quad (1.11)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial X} + \frac{\partial D_y}{\partial Y} + \frac{\partial D_z}{\partial Z} = \rho. \quad (1.12)$$

Сформулируйте определения, законы и принципы, представленные указанными выражениями.

1.2. Теоретическое задание

1.2.1. Выведите формулу для напряженности поля точечного заряда (1.5), используя закон Кулона (1.3) и определение напряженности электрического поля (1.4).

1.2.2. Используя принцип суперпозиции, получите выражение для напряженности поля, которое создает в некоторой произвольной точке равномерно заряженный с линейной плотностью заряда τ тонкий прямолинейный стержень длиной l_0 , когда:

а) точка расположена на оси стержня на расстоянии l от ближайшего его конца

$$E = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{l+l_0} \right); \quad (1.13)$$

б) точка расположена вне оси стержня

$$E = \sqrt{E_{\perp}^2 + E_{\parallel}^2}; \quad (1.14)$$

$$E_{\perp} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon d} (\cos\beta_1 - \cos\beta_2); \quad (1.15)$$

$$E_{\parallel} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon d} (\sin\beta_2 - \sin\beta_1), \quad (1.16)$$

где E_{\perp} и E_{\parallel} - составляющие напряженности электрического поля в направлении перпендикулярном и параллельном оси стержня; β_1 и β_2 - углы между осью стержня и радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , проведенными из концов стержня в данную точку поля; d - расстояние от точки до оси стержня.

1.2.3. Докажите теорему Гаусса: *поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, заключенных внутри этой поверхности.* Для этого рассмотрите поток вектора электрического смещения через поверхность сферы с точечным зарядом в ее центре, а затем, используя свойство непрерывности линий электрическо-

го смещения и принцип суперпозиции, обобщите полученные результаты для нескольких зарядов, заключенных внутри произвольной замкнутой поверхности. Покажите, что поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность, создаваемый зарядом, находящимся вне этой поверхности, равен нулю.

1.2.4. Используя теорему Гаусса, получите выражение для напряженности электрического поля, создаваемого на расстоянии r от центра (оси) симметрии равномерно заряженными:

а) бесконечным стержнем с линейной плотностью заряда τ

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}; \quad (1.17)$$

б) бесконечной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}; \quad (1.18)$$

в) шаром радиуса R с объемной плотностью заряда ρ

$$E = \frac{R^3\rho}{3\epsilon_0\epsilon r^2} \quad (\text{вне шара}) \quad (1.19)$$

$$\text{и} \quad E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0\epsilon} \quad (\text{внутри шара}). \quad (1.20)$$

Покажите, что выражение (1.19) совпадает с напряженностью электрического поля, создаваемого точечным зарядом, равным заряду шара и расположенным в центре шара.

1.2.5. Выведите уравнение (1.12), согласно которому дивергенция электрического смещения равна объемной плотности заряда ρ в окрестности данной точки.

1.3. Индивидуальное задание

1.3.1. Найдите напряженность \vec{E}_A электростатического поля, создаваемого в точке А системой точечных зарядов, изображенной на рис.1.К. Модули всех зарядов одинаковы: $|q| = 2,0$ нКл. $l = 0,5$ м.

При выполнении индивидуальных заданий цифровое обозначение задаваемой точки А на рисунке и номер К рисунка следует брать из таблицы 1 согласно номеру варианта (N), который обычно соответствует номеру по списку группы.

1.3.2. На рис.1.К ($l = 0,5$ м) приведены сечения тонких бесконечных равномерно заряженных с линейной плотностью заряда $|\tau| = 1,0$ нКл/м прямолинейных стержней. Определите напряженность электростатического поля \vec{E}_A в точке А и силу \vec{F}_C , действующую на единицу длины стержня С со стороны других стержней.

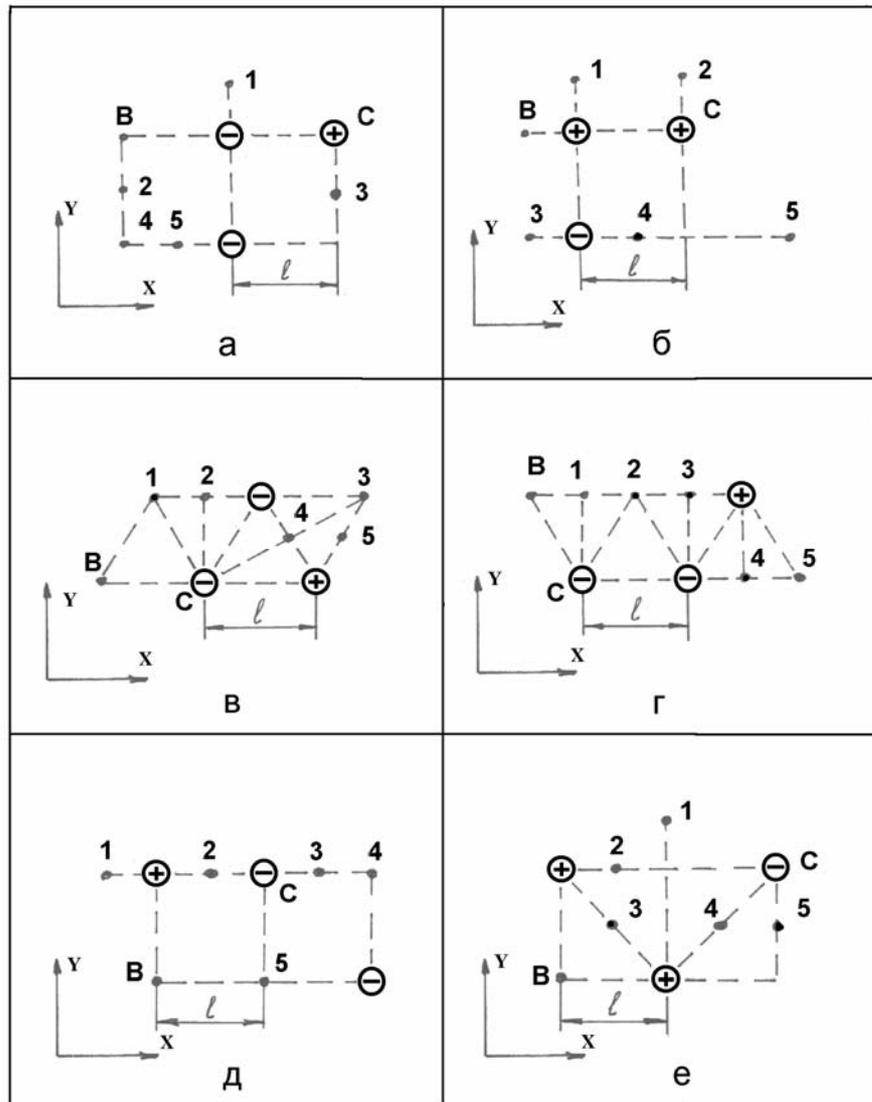


Рис.1.К

1.3.3. На рисунке 2.К приведены различные конфигурации, составленные из трех элементов: дуги окружности радиусом R (элемент 2) и двух прямолинейных элементов (1 и 3) конечной или полубесконечной ($0 - \infty$) длины (см. таблицу 2). Считая, что заряд по всем элементам распределен равномерно с линейной плотностью заряда τ , определите напряженность \vec{E} электростатического поля в точке 0.

Таблица 2

A	1	2	3	4	5
$R, м$	2,0	0,5	1,0	0,4	1,0
$\tau, нКл/м$	200	80	100	50	200
l_1	2R	3R	$0 - \infty$	R	2R
l_3	$0 - \infty$	R	R	2R	3R

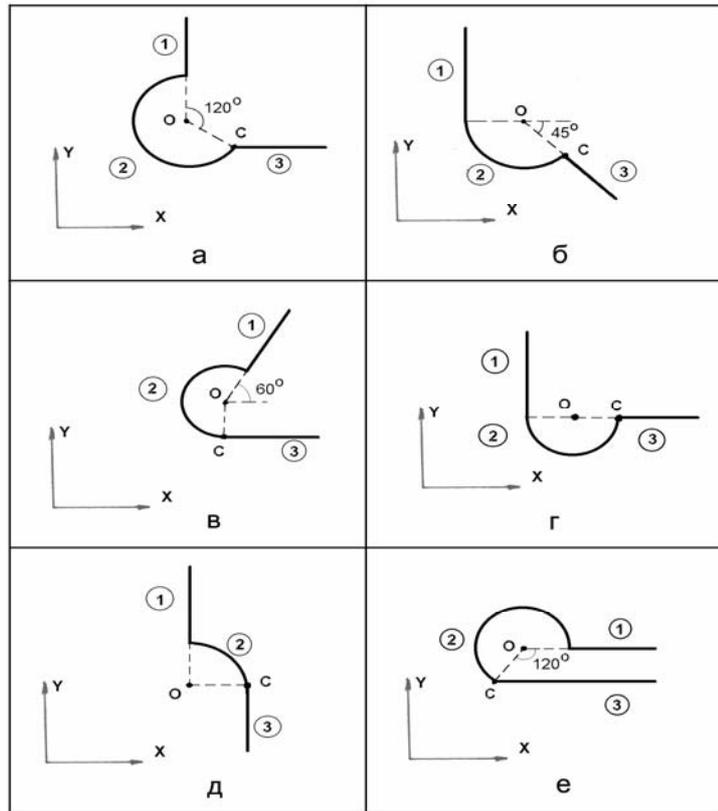


Рис.2.К

1.3.4. В электростатической системе, описанной в п. 1.3.2 из точки А в точку В перемещается стержень длиной 1 м, расположенный перпендикулярно плоскости рисунка. Определите потоки напряженности Φ_E и индукции Ψ электростатического поля через плоскую поверхность, прочерчиваемую стержнем при его движении. Как изменятся эти потоки, если систему поместить в среду с $\epsilon=2$?

1.3.5. На рисунке 3.К показано тело, зависимость объемной плотности заряда которого от расстояния r от центра (плоскости, оси) симметрии имеет вид $\rho(r) = 10^{-5} \cdot r^{4/2}$, где $\rho(r)$ в Кл/м³; r в м. Найдите напряженность и индукцию электростатического поля в точке В. Для материала тела $\epsilon = 3$; $R=1=1,0$ см. Постройте качественные графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

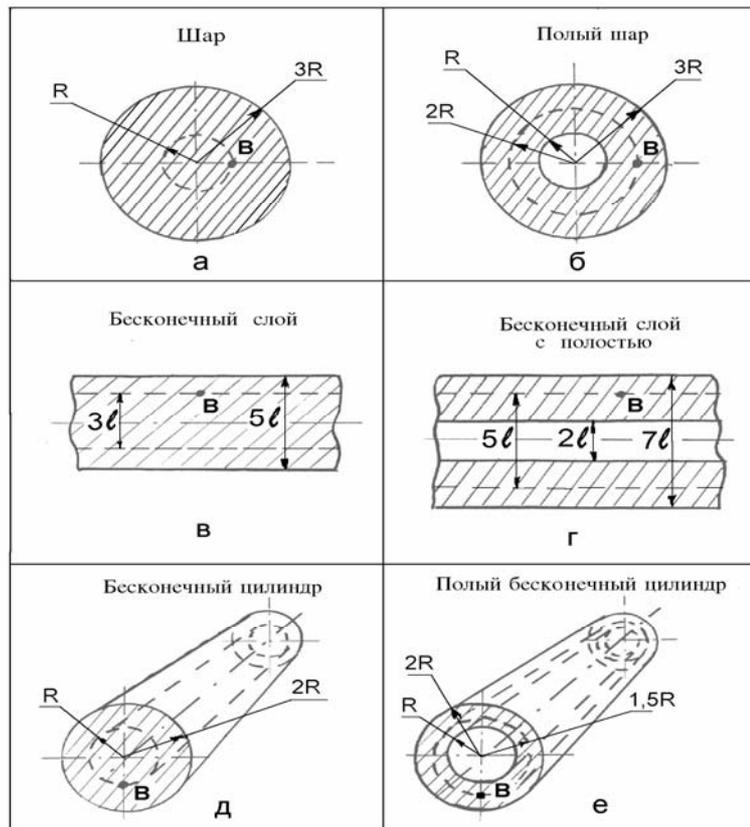


Рис.3.К

2. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ.

2.1. Вводное задание.

2.1.1. Объяснение понятия и термины: потенциал φ ; изменение, приращение, убыль потенциала; разность потенциалов $\Delta\varphi$; эквипотенциальная поверхность; электрический диполь, его плечо \vec{l} и электрический момент \vec{p}_e . Укажите единицы названных физических величин.

Какие характеристики поля: скалярное, векторное, стационарное, вихревое, потенциальное, поле консервативных сил и т.д. можно приписать электростатическому полю? Как действуют; оператор градиент (*grad*), оператор ротор (*rot*), оператор набла $\vec{\nabla}$ (оператор Гамильтона), оператор Лапласа? Что такое циркуляция вектора? Каковы признаки поля консервативных сил? Как силовые линии электростатического поля ориентированы по отношению к эквипотенциальным поверхностям и почему? За счет чего совершается работа перемещения заряда в электростатическом поле?

2.1.2. Дайте пояснения к следующим выражениям:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0 ; \quad (2.1)$$

$$\varphi = \frac{W_p}{q} ; \quad (2.2)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} ; \quad (2.3)$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r} ; \quad (2.4)$$

$$\varphi = \sum_{k=1}^n \varphi_k ; \quad (2.5)$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{l}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{l}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{l}_z\right) ; \quad (2.6)$$

$$\Delta\varphi \equiv \vec{\nabla}^2\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} ; \quad (2.7)$$

$$\vec{p}_e = q\vec{l} ; \quad (2.8)$$

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} ; \quad (2.9)$$

$$W_p = -\vec{p}_e \vec{E} . \quad (2.10)$$

2.2. Теоретическое задание

2.2.1. Используя теорему Стокса:

$$\oint_l \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} , \quad (2.11)$$

где \vec{A} - произвольный вектор, и теорему о циркуляции вектора напряженности электростатического поля (2.1), покажите, что электростатическое поле - безвихревое:

$$\text{rot} \vec{E} = 0 . \quad (2.12)$$

2.2.2. Покажите, что соотношение (2.3), связывающее разность потенциалов с напряженностью электростатического поля, получается из определений потенциала (2.2) и напряженности (1.4) электрического поля.

2.2.3. Получите выражение для потенциала поля точечного заряда (2.4), считая известными соотношение (2.3) и формулу (1.5) для напряженности поля точечного заряда.

2.2.4. Покажите, что связь потенциала φ и напряженности \vec{E} электростатического поля (см. формулу (2.6)) следует из связи потенциальной энергии тела, находящегося в поле консервативных сил, и действующей на это тело силы.

2.2.5. Докажите справедливость уравнения (2.7), связывающего распределение плотности заряда в пространстве с потенциалом ^{* x}). Используйте тот факт, что оператор Лапласа $\Delta\varphi$ (не путайте с разностью потенциалов $\Delta\varphi$!) равен дивергенции градиента, а также результаты выводов уравнений (1.12) и (2.6).

2.2.6. Покажите, что потенциал, создаваемый в некоторой точке поля равномерно заряженным с линейной плотностью заряда τ стержнем длиной l_0 , будет составлять:

а) для точек на оси стержня на расстоянии l от ближайшего его конца

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{l + l_0}{l}; \quad (2.11)$$

б) для точек вне оси стержня

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left| \ln \frac{\left| \operatorname{tg}(\beta_1/2) \right|}{\left| \operatorname{tg}(\beta_2/2) \right|} \right|, \quad (2.12)$$

где β_1 и β_2 - углы между осью стержня и радиус-векторами, проведенными из концов стержня в данную точку поля.

2.2.7. Получите выражение для разности потенциалов между точками поля, создаваемого бесконечно длинным заряженным с линейной плотностью заряда τ прямолинейным стержнем:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{l_1}{l_2}, \quad (2.13)$$

где l_1 и l_2 - расстояния от точек поля до оси стержня.

Почему в случае бесконечных элементов можно определить только разность потенциалов, а не сам потенциал?

2.2.8. Получите выражение для потенциала поля, создаваемого электрическим диполем в достаточно удаленной точке ($r \gg l$):

$$\varphi(r, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{P_e \cos\theta}{r^2}. \quad (2.14)$$

где θ - угол между плечом диполя и радиус-вектором, проведенным в эту точку.

Используя связь напряженности и потенциала, получите выражение для напряженности поля диполя.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{P_e}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}. \quad (2.15)$$

* Уравнение (2.7) при $\rho = 0$ называется уравнением Лапласа.

Покажите, что момент сил \vec{M} , действующий на электрический диполь в электрическом поле с напряженностью \vec{E} , определяется выражением (2.9), а потенциальная энергия диполя в этом поле определяется выражением (2.10).

2.3. Индивидуальное задание.

2.3.1. Определите потенциал точки А и работу сил электрического поля по перемещению точечного заряда $q = 10,0$ нКл из точки А в точку В в электростатической системе, описанной в задании 1.3.1.

2.3.2. Может ли попасть в точку А поля (по условию задания 1.3.2) электрон, имеющий в точке В скорость $2,0$ Мм/с? Если это возможно, то какую скорость V_A будет иметь электрон в точке А? Если нет, то при какой скорости V_0 это будет возможно?

2.3.3. В электростатической системе, описанной в задании 1.3.3. определите потенциал, создаваемый в точке О элементами конечной длины.

2.3.4. Определите разность потенциалов между точкой В заряженного тела (см. задание 1.3) и его:

- а) поверхностью;
- б) центром (осью) симметрии.

Постройте качественный график зависимости $\varphi(r)$, полагая для бесконечных цилиндра и плоского слоя $\varphi = 0$ на оси (плоскости) симметрии, а для шара - в бесконечности.

2.3.5. Зависимость потенциальной энергии W_p точечного заряда $q=10,0$ нКл от координат точек поля, в котором он находится, имеет вид

$$W_p = a \cdot f(x, y, z),$$

где $a=1$ мкДж/м³.

Найдите потенциал φ , напряженность \vec{E} электрического поля и объемную плотность ρ заряда, создающего поле, в точке с координатами x_1, y_1, z_1 . Вид функции $f(x, y, z)$ и численные значения координат возьмите из табл. 3 согласно номеру Вашего варианта (N).

Таблица 3

f(x,y,z)	N	x ₁ ,y ₁ ,z ₁	N	x ₁ ,y ₁ ,z ₁	N	x ₁ ,y ₁ ,z ₁
		М		М		М
xy^2+2z^3	1	0,1,2	11	2,0,1	21	1,2,3
xy^2+x^2z	2	0,1,1	12	1,2,0	22	2,0,3
$x^{2y}+y^2z$	3	1,0,1	13	0,1,2	23	2,2,1

xy^2+xz^2	4	2,1,2	14	1,1,1	24	1,2,0
x^2y+2xz^2	5	2,2,1	15	1,0,2	25	1,0,3
x^2y+3yz^2	6	3,1,1	16	1,2,3	26	2,3,2
x^2z+3x^2y	7	2,1,0	17	1,2,1	27	0,3,2
x^2z+3yz^2	8	1,0,1	18	2,2,2	28	3,1,0
xz^2+y^2z	9	2,3,1	19	1,0,1	29	1,2,2
x^2z+2y^2z	10	1,1,1	20	2,0,1	30	1,2,3

2.3.6. Найдите потенциал φ и напряженность \vec{E} электрического поля, создаваемого диполем на расстоянии $|\vec{r}| = 2,0$ м от него. Угол между векторами \vec{r} и \vec{l} $\theta = A \cdot 30^\circ$. Электрический момент диполя $p_e = K \cdot 10^{-22}$ Кл·м.

2.3.7. Определите потенциальную энергию диполя и момент сил, действующий на диполь в электрическом поле напряженностью $E = 200$ В/м, если угол между направлением \vec{E} и плечом \vec{l} диполя $\alpha_1 = A \cdot 20^\circ$. Электрический момент диполя $p_e = K \cdot 10^{-22}$ Кл·м. Какую работу надо совершить, чтобы угол α стал равен $\alpha_2 = A \cdot 30^\circ$?

3. ПРОВОДНИКИ И ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ.

3.1. Вводное задание

3.1.1. Объясните понятия и термины: проводник, диэлектрик, полярные и неполярные диэлектрики, поляризуемость молекулы (атома) β , поляризованность (вектор поляризации) диэлектрика \vec{P} , поверхностная плотность поляризационных (связанных) зарядов σ' , диэлектрическая восприимчивость вещества χ , внешнее поле (поле сторонних зарядов) \vec{E}_e , поле связанных зарядов \vec{E}' , макроскопическое (результатирующее) поле в диэлектрике \vec{E} . Укажите единицы перечисленных физических величин.

3.1.2. В чем заключается электростатическая защита приборов? Как направлены силовые линии \vec{E} вблизи поверхности проводящих тел? Зависит ли напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводящего тела от формы этой поверхности? Может ли равномерно заряженное по объему тело быть проводящим? По какому свойству можно экспериментально отличить полярные диэлектрики от неполярных? Какие существуют виды поляризации диэлектриков? Какими особенностями обладают сегнетоэлектрики?

3.1.3. Дайте пояснения к следующим выражениям:

$$\vec{p}_{ei} = \beta \epsilon_0 \vec{E}; \quad (3.1)$$

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei} = \chi \epsilon_0 \vec{E}; \quad (3.2)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}'; \quad E = E_e - E'; \quad (3.3)$$

$$\chi = \frac{E'}{E}; \quad (3.4)$$

$$\varepsilon = \frac{E_e}{E}; \quad (3.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; \quad (3.6)$$

$$D = \sigma; \quad (3.7)$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}; \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}; \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_1 D_{2\tau} = \varepsilon_2 D_{1\tau}; \quad D_{1n} = D_{2n}. \quad (3.10)$$

3.2. Теоретическое задание

3.2.1. Покажите, что:

а) поверхность проводящего тела эквипотенциальна, а напряженность электрического поля в его объеме равна нулю;

б) напряженность поля на поверхности проводника в каждой точке направлена по нормали к поверхности и составляет

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (3.11)$$

3.2.2. Докажите, что диэлектрическая восприимчивость вещества χ

$$\chi = n\beta, \quad (3.12)$$

где n - концентрация поляризованных молекул вещества; β -поляризуемость молекулы.

3.2.3. Проанализируйте возникновение электрического поля между обкладками плоского конденсатора с диэлектриком и покажите, что:

а) поверхностная плотность связанных зарядов σ' на диэлектрике равна модулю вектора поляризации:

$$\sigma' = |\vec{P}| \quad (3.13)$$

и связана с поверхностной плотностью сторонних зарядов на пластинах конденсатора σ соотношением

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma; \quad (3.14)$$

б) значения модулей векторов индукции D и напряженности E электрического поля в диэлектрике выражаются через поверхностные плотности сторонних зарядов на пластинах конденсатора σ и связанных зарядов на поверхности диэлектрика σ' соотношениями (3.7) и (3.8);

в) относительная диэлектрическая проницаемость ε на единицу больше диэлектрической восприимчивости χ вещества

$$\varepsilon = \chi + 1. \quad (3.15)$$

3.2.4. Докажите, что на границе раздела двух диэлектриков с различными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 нормальные и тангенциальные со-

ставляющие векторов напряженности и электрического смещения при отсутствии сторонних зарядов удовлетворяют граничным условиям (3.9) и (3.10).

3.2.5. Нарисуйте силовые линии и эквипотенциальные поверхности для системы, состоящей из заряженного плоского воздушного конденсатора и шара, помещенного между его обкладками, если:

- а) шар металлический;
- б) шар диэлектрический ($\varepsilon = 2$).

3.2.6. Почему парафиновый шарик притягивается к заряженному металлическому шару в воздухе, но отталкивается от него в воде?

3.3. Индивидуальное задание

3.3.1. Пластина полярного диэлектрика, состоящего из молекул с электрическими дипольными моментами $p_{ei} = (A + 4) \cdot 10^{-30}$ Кл·м, помещена во внешнее электрическое поле $E_e = 250$ В/м, так, что вектор \vec{E}_e перпендикулярен плоскости пластины. При этом концентрация молекул, у которых угол α между векторами \vec{p}_{ei} и \vec{E}_e составил 60° , оказалась равной $n_1 = (K + 4) \cdot 10^{20}$ м⁻³; у молекул с $\alpha = 30^\circ$ — $n_2 = (K + 2) \cdot 10^{20}$ м⁻³; с $\alpha = 0^\circ$ — $n_3 = 2 \cdot 10^{20}$ м⁻³; векторы \vec{p}_{ei} остальных молекул ориентированы хаотически. Определите диэлектрические восприимчивость χ и проницаемость ε диэлектрика, его поляризованность P , электрическое смещение D и напряженность E поля в диэлектрике, поверхностную плотность поляризационных зарядов σ' .

3.3.2. Под каким углом к направлению внешнего электрического поля \vec{E}_e будут направлены в диэлектрике с $\varepsilon = 1 + (A/2)$, линии \vec{D} (или \vec{E}), если плоскость пластины будет составлять с направлением \vec{E}_e угол $\beta = (K+1) \cdot 10^0$?

3.3.3. На рис 4.К показано сечение плоского конденсатора с квадратными пластинами, пространство между которыми частично заполнено диэлектриком. Размеры на рисунке даны в миллиметрах. К пластинам приложена разность потенциалов 200 В. Полагая для диэлектрика $\varepsilon = 1 + (A/2)$:

- а) качественно постройте картину силовых линий \vec{E} и \vec{D} в конденсаторе, учитывая, что густота линий пропорциональна величине E (или D);
- б) рассчитайте поверхностные плотности зарядов на пластинах и диэлектрике.

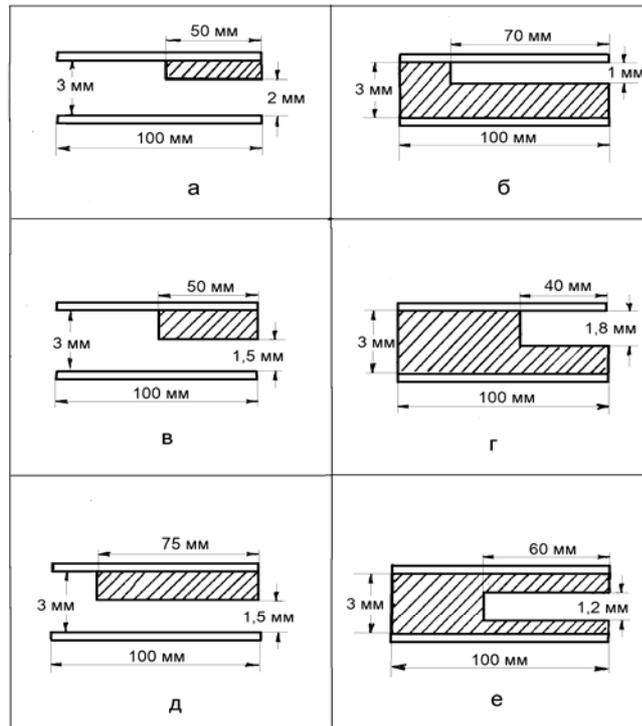


Рис.3.1

Рис.4.К

4. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.

4.1. Вводное задание

4.1.1. Объясните понятия и термины: емкость C уединенного проводника, конденсатора, системы проводящих тел; энергия электрического поля W , объемная плотность этой энергии ω_e , энергия системы зарядов W_p , конденсатора. Укажите единицы физических величин и их размерности.

4.2.1. Дайте пояснения к следующим выражениям:

$$C = \frac{q}{\varphi}; \quad (4.1)$$

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}; \quad (4.2)$$

$$C = \sum_{i=1}^n C_i; \quad (4.3)$$

$$C = \left(\sum_{i=1}^n C_i^{-1} \right)^{-1}; \quad (4.4)$$

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i; \quad (4.5)$$

$$W_p = \frac{1}{2} C (\Delta\varphi)^2 = \frac{Cq}{2} = \frac{q^2}{2C}; \quad (4.6)$$

$$\omega_e = \frac{dW_p}{dV}; \quad (4.7)$$

$$\omega_e = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}; \quad (4.8)$$

$$W = \int_V \omega_e dV \quad (4.9)$$

4.1.3. Выведите формулы для емкости:

а) плоского конденсатора с площадью каждой из пластин S и расстоянием между пластинами d .

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d; \quad (4.10)$$

б) уединенного шара радиусом R .

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R; \quad (4.11)$$

в) сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2)

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1); \quad (4.12)$$

г) цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2)

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l / \ln(R_2 / R_1); \quad (4.13)$$

если пространство между обкладками конденсатора заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε .

4.1.4. Покажите, что:

а) емкость системы параллельно соединенных конденсаторов выражается формулой (4.3), а последовательно соединенных - формулой (4.4);

б) энергия взаимодействия систем точечных зарядов может быть рассчитана по формуле (4.5), а энергия конденсатора - по формуле (4.6).

4.1.5. Покажите на примере плоского конденсатора, что объемная плотность энергии электрического поля выражается формулой (4.8).

Индивидуальное задание

1. Для конденсатора по условию п.3 индивидуального задания разд. Определить:

а) емкость;

б) объемную плотность энергии и энергию в диэлектрике и в воздушном слое.

2. Определить для конденсатора (по условию п.3 индивидуального задания разд.3) работу по извлечению диэлектрика и энергию конденсатора до и после извлечения диэлектрика, когда источник напряжения

а) постоянно подключен к конденсатору;

б) отключен после зарядки конденсатора.

3. Определите энергию электростатической системы, описанной в п.1 индивидуального задания разд.1. Как изменится эта энергия, если в точку A поместить заряд $q = 2\text{нКл}$?

4. Определить энергию электростатического поля в объеме, ограниченном пунктирной линией, электростатической системы, описанной в п.5 индивидуального задания разд.1 (для бесконечного цилиндра определить энергию на единицу его длины; для бесконечной плоскости - энергию на единицу поверхности).