

ПРИЛОЖЕНИЕ к лабораторным работам по оптике и атомной физике

Краткие сведения по обработке результатов эксперимента [1].

Порядок статистической обработки результатов наблюдений

1. Прямые измерения

1. Вычислить среднее выборочное значение: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$.

2. Найти среднее квадратичное отклонение:

$$S_x = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (N - 1)}.$$

3. Проверить результат наблюдений на промахи по критерию $|x_{\text{ex}} - \bar{x}| \geq v_{P,N} S_x$, где x_{ex} – наиболее отклоняющийся от среднего значения экстремальный результат в данной выборке; $v_{P,N}$ в зависимости от N для $P = 95\%$ принимает значения, приведенные в табл. П.1.

Таблица П.1

N	...	3	4	5	10
$v_{0,95,N}$	...	1,4	1,7	1,9	2,3

Если указанное неравенство выполняется, то данное значение x_{ex} является промахом. Исключив промахи, снова провести вычисления по пп. 1, 2.

4. Вычислить выборочное среднеквадратичное отклонение среднего:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}}.$$

5. Задавшись доверительной вероятностью $P = 95\%$, вычислить случайную погрешность $\Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}}$, где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента (табл. П.2).

Таблица П.2

N	...	3	4	5	7	10
$t_{P,N}$	...	4,3	3,2	2,8	2,4	2,3

6. Определить приборную погрешность $\theta_x = 0,5 \text{ ЦНД}$ или $\theta_x = \frac{\gamma K}{100}$, где ЦНД – цена наименьшего деления; γ – класс точности прибора; K – наибольшее значение на шкале прибора.

7. Вычислить суммарную доверительную погрешность $\overline{\Delta x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2}$ и относительную погрешность $\delta x = \frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} 100\%$.

8. Округлить числовое значение погрешности и результата измерений.
9. Записать окончательный результат в виде $x = \bar{x} \pm \Delta x$, $P = 95 \%$, $\delta_x = \dots$

2. Косвенные измерения

При обработке косвенных измерений используют следующие методы.

1. *Метод выборок*, аналогичный методу обработки результатов прямых измерений.
2. Метод, основанный на применении формулы *полного дифференциала функции*. При этом погрешность находят по следующей формуле:

$$\overline{\Delta F} = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \dots} \overline{\Delta x} \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \dots} \overline{\Delta y} \right)^2 + \dots}$$

Если функция F имеет логарифмируемый вид, то удобнее пользоваться формулой для относительной погрешности:

$$\delta F = \frac{\overline{\Delta F}}{\bar{F}} = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial \ln F}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \dots} \overline{\Delta x} \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial \ln F}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \dots} \overline{\Delta y} \right)^2 + \dots}$$

Определив δF , находят $\overline{\Delta F} = \bar{F} \cdot \delta F$.

3. Совместные измерения

Рассматривают измерения, имеющие целью определение параметров эмпирической линейной зависимости $y = ax + b$.

Численный расчет выполняется по методу наименьших квадратов (МНК):

1. Вычисляют средние значения $\bar{x}$ и $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum y_i.$$

2. Вычисляют средние значения коэффициентов $\bar{a}$, $\bar{b}$:

$$\bar{a} = \frac{(\sum x_i y_i - N \bar{x} \bar{y})}{[\sum x_i^2 - N (\bar{x})^2]}; \quad \bar{b} = \bar{y} - \bar{a} \bar{x}.$$

3. Вычисляют средние квадратические отклонения для средних $S_{\bar{a}}$ и $S_{\bar{b}}$:

$$S_{\bar{a}}^2 = \left[\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} - \bar{a}^2 \right] \frac{1}{N-2};$$

$$S_{\bar{b}}^2 = S_{\bar{a}}^2 \left[\bar{x}^2 + \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right].$$

4. Вычисляют доверительные погрешности $\overline{\Delta a}$, $\overline{\Delta b}$ для доверительной вероятности 95 %:

$$\overline{\Delta a} = \begin{cases} t_{p, N-1} S_{\bar{a}}, & \bar{b} \neq 0; \\ t_{p, N} S_{\bar{a}} \sqrt{\frac{N-2}{N-1}}, & \bar{b} = 0; \end{cases}, \quad \overline{\Delta b} = t_{p, N} S_{\bar{b}}.$$

5. Записывают окончательный результат в виде

$$y = \bar{a}x + \bar{b}; \quad a = \bar{a} \pm \overline{\Delta a}; \quad b = \bar{b} \pm \overline{\Delta b}.$$

Список литературы

1. Белоногов А. М. Пособие по обработке результатов эксперимента / ЛЭТИ. – Л., 1977. – 64 с.

2.