МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Методические указания
к выполнению индивидуальных заданий
по физике

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2014

УДК 537.8 (075)

Электромагнетизм: метод. указания к выполнению индивидуальных заданий по курсу физики // сост.: И. А. Черемухина, С. С. Чурганова. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. 40 с.

Содержат описание основных явлений и законов электромагнетизма: электростатики, постоянного тока и магнетизма, а также набор задач для индивидуального решения.

Предназначены для студентов 2 курса открытого факультета СПбГЭТУ.

Утверждено
редакционно-издательским советом университета
в качестве методических указаний

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. 1. Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд – физическая величина, характеризующая свойства тел вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая при этом значения сил и энергий. *Элементарный заряд* – наименьший электрический заряд величиной $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл (кулон). Для электрического заряда справедлив закон сохранения: *алгебраическая сумма электрических зарядов в электрически изолированной системе остается постоянной*: $\sum_{i=1}^{n} q_i = \mathrm{const}$. *Точечный заряд* – заряженное тело, размеры которого много меньше расстояний между заряженными телами.

Закон Кулона: *сила* **F** *взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов* q_1 *и* q_2 *прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:*

$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

где $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ (Н·м^2)/Кл^2 – коэффициент пропорциональности; **r** – вектор, направленный от заряда q_1 к заряду q_2; r – расстояние между зарядами; F – модуль силы Кулона; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды (в вакууме ε = 1).

Для системы из N точечных зарядов общая сила Кулона, действующая на один из зарядов со стороны других, определяется как векторная сумма сил Кулона между рассматриваемым зарядом и каждым из остальных:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i .$$

Направлена сила Кулона вдоль прямой, соединяющей заряды, причем одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются.

Задачи

1. Определить силу взаимодействия двух точечных зарядов $q_1 = q_2 = 1$ Кл, находящихся в вакууме на расстоянии $r = 1$ м друг от друга.

2. Два положительных точечных заряда $q_1 = q$ и $q_2 = 4q$ закреплены на расстоянии $l = 60$ см друг от друга. В какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд q_3 так, чтобы он находился в равновесии?

3. Расстояние между свободными зарядами q_1 = 180 нКл и q_2 = 720 нКл равно 60 см. В какой точке на прямой, соединяющей заряды, в которой нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии?

4. Даны два шарика массой m = 1 г каждый. Какой заряд q нужно сообщить каждому шарику, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравновесила силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Шарики принять за материальные точки. Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/кг·с^2.

5. Расстояние между двумя точечными зарядами q_1 = 1 мкКл и $q_2 = -q_1$ равно 10 см. Найти силу F, действующую на точечный заряд q = 0,1 мкКл, удаленный на r_1 = 6 см от первого и на r_2 = 8 см от второго зарядов.

6. В двух противоположных вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $q_1 = q_2$ = 0,3 нКл. Какой отрицательный заряд q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

7. В вершинах квадрата со стороной a = 2 см находятся одинаковые положительные заряды q = 2 нКл. Найти силу, действующую на каждый заряд со стороны других зарядов.

8. Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Если расстояние r уменьшить на 50 см, то сила Кулона увеличится в два раза. Найти расстояние r.

1.2. Напряженность электрического поля

Силовая характеристика электрического поля – вектор **E** напряженности поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} / q \ ,$$

где **F** – сила Кулона, действующая на точечный заряд q, помещенный в данную точку поля. Единица напряженности поля – 1 Н/Кл (или 1 В/м), т. е. напряженность, при которой на заряд в один кулон (Кл) действует сила в один ньютон (Н). Напряженность **E** поля точечного заряда пропорциональна величине заряда q и обратно пропорциональна квадрату расстояния r от заряда до данной точки поля:

$$\mathbf{E} = k\frac{q}{\varepsilon r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad E = k\frac{q}{\varepsilon r^2},$$

где E – модуль вектора напряженности.

Направлен вектор **E** вдоль прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен.

Напряженность поля удовлетворяет **принципу суперпозиции** *(наложения) электрических полей:*

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i ,$$

т. е., *если электрическое поле создается системой точечных зарядов* q_1, $q_2, \ldots, q_n$, *то напряженность такого поля равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов системы в отдельности.*

Задачи

1. Два одноименных заряда по 25 нКл каждый закреплены на расстоянии r = 24 см друг от друга. Найти напряженность E электрического поля в точке, удаленной на 15 см от каждого заряда.

2. Электрическое поле создается точечным зарядом q = 20 нКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого этим зарядом на расстоянии r = 20 см от него. Диэлектрик – парафин (ε = 2).

3. Расстояние r между двумя точечными положительными зарядами $q_1 = 9q$ и $q_2 = q$ равно 8 см. На каком расстоянии d от первого заряда находится точка, в которой напряженность E электрического поля зарядов равна нулю?

4. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами q_1 = 10 нКл и q_2 = –20 нКл, находящимися на расстоянии r = 20 см друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на r_1 = 30 см и от второго на r_2 = 50 см.

5. Расстояние r между двумя точечными зарядами q_1 = 8 нКл и q_2 = – 5 нКл равно 40 см. Вычислить напряженность E электрического поля в точке, лежащей посередине между зарядами.

6. Два точечных заряда q_1 = 40 нКл и q_2 = – 10 нКл находятся на расстоянии r = 10 см друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на r_1 = 12 см и от второго на r_2 = 6 см.

7. Два точечных заряда q_1 = 9 нКл и q_2 = –4 нКл расположены в воздухе на расстоянии r = 10 см друг от друга. В какой точке напряженность электрического поля, создаваемого этими зарядами, равна нулю?

8. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 10 см находятся заряды q_1 = 10 и q_2 = –10 нКл. Найти напряженность E электрического поля в третьей вершине треугольника.

1.3. Потенциал электростатического поля.
Работа по перемещению заряда в поле. Потенциальная энергия

Потенциал φ поля точечного заряда q в однородной изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε на расстоянии r от заряда:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Если электростатическое поле создается системой N точечных зарядов, то потенциал φ такого поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i.$$

Работа A сил электростатического поля по перемещению точечного заряда q из одной точки поля в другую

$$A = q\int_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = q\int_L E_l dl,$$

где $d\mathbf{l}$ – вектор элементарного перемещения заряда q; E_l – проекция вектора напряженности поля на направление перемещения; dl – элементарное перемещение заряда; L – траектория движения заряда.

В случае однородного поля работа

$$A = qEl\cos\alpha,$$

где α – угол между векторами **E** и **l**.

Если заряд перемещается по замкнутой траектории, то работа

$$A = q\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0.$$

Это соотношение является подтверждением потенциальности электростатического поля.

Циркуляция вектора **E** по замкнутому контуру

$$\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0.$$

Работа поля по перемещению заряда из точки 1 в точку 2 поля может быть выражена через разность потенциалов:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек 1 и 2 соответственно.

Если заряд q удаляется из точки с потенциалом φ в бесконечность (где потенциал равен нулю), то работа сил электростатического поля будет равна

$$A_\infty = q\varphi.$$

Отсюда следует, *что потенциал численно равен работе, совершаемой силами поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля в бесконечность*.

Работа сил электростатического поля также может быть представлена как убыль потенциальной энергии заряда q:

$$A = W_{п1} - W_{п2},$$

где $W_{п1}$ и $W_{п2}$ – потенциальная энергия заряда в начальной и конечной точках.

Потенциал и потенциальная энергия заряда связаны соотношением

$$\varphi = W_п / q.$$

Таким образом, потенциал является энергетической характеристикой электростатического поля.

Потенциальная энергия $W_п$ заряда q_1 в поле заряда q_2:

$$W_п = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}.$$

Потенциальная же энергия $W_п$ заряда q_1 в поле системы зарядов:

$$W_п = k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_1 q_i}{\varepsilon r}.$$

Потенциальная энергия $W_п$ взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W_п = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал поля, создаваемого всеми n–1 зарядами (за исключением i-го) в точке расположения заряда q_i.

Электрическим диполем называется система из двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l (плечо диполя) между которыми значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы. Электрический момент диполя является вектором:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где $\mathbf{l}$ – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному, а модуль равен расстоянию l. Напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого электрическим диполем в произвольной точке пространства, равны, соответственно:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}, \qquad \varphi = \frac{p\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

где r – расстояние от середины диполя до рассматриваемой точки поля;

α – угол между осью диполя и направлением на рассматриваемую точку.

Задачи

1. Найти потенциальную энергию $W_п$ системы трех точечных зарядов q_1 = 10 нКл, q_2 = 20 нКл и q_3 = – 30 нКл, расположенных в вершинах равностороннего треугольника с длиной стороны a = 10 см.

2. Определить потенциал φ электрического поля в точке, удаленной от зарядов q_1 = – 0,2 мкКл и q_2 = 0,5 мкКл на r_1 =15 см и r_2 = 25 см соответственно.

3. Вычислить потенциальную энергию $W_п$ системы двух точечных зарядов q_1 = 100 нКл и q_2 = 10 нКл, находящихся на расстоянии r = 10 см друг от друга.

4. При перемещении заряда q = 20 нКл между двумя точками поля внешними силами была совершена работа A = 4 мкДж. Определить работу A_1 сил поля и разность $\Delta\varphi$ потенциалов этих точек поля.

5. Какова потенциальная энергия $W_п$ системы четырех одинаковых точечных зарядов q = 10 нКл, расположенных в вершинах квадрата со стороной a = 10 см.

6. Точечный заряд q = 10 нКл, находясь в некоторой точке поля, обладает потенциальной энергией $W_п$ = 10 мкДж. Найти потенциал φ поля в этой точке.

7. Точечный заряд создает на расстоянии r = 25 см напряженность электрического поля E = 300 кВ/м. Найти потенциал φ поля в этой точке.

8. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля, создаваемого диполем с электрическим моментом p = 4 пКл·м на расстоянии r = 10 см от центра диполя, в направлении, составляющем угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором электрического момента.

1.4. Распределенный заряд. Теорема Гаусса. Связь между напряженностью и потенциалом

Распределенным зарядом называется электрический заряд тела, размерами и формой которого нельзя пренебречь. Заряд может быть распределен:

а) по длине (заряженная нить, стержень, коаксиальный кабель) с линейной плотностью τ, соответствующей заряду на единицу длины тела: $\tau = dq / dl$;

б) по поверхности (заряженная плоскость, сфера) с поверхностной плотностью σ, соответствующей заряду на единицу поверхности тела: $\sigma = dq / dS$;

в) по объему (заряженный шар) с объемной плотностью ρ, соответствующей заряду на единицу объема тела: $\rho = dq / dV$.

Для вычисления электрических полей заряженных тел протяженной формы используются два основных метода расчета. Первый метод основан на применении принципа суперпозиции и формулы для напряженности поля точечного заряда. Этот метод позволяет вычислять поля заряженных тел любой формы. Второй метод – с использованием теоремы Гаусса – более прост в расчетах, но может быть применен только для заряженных тел, обладающих симметрией.

Поток вектора **E** напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность S определяется как

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \oint_S E \cos\alpha dS ,$$

где $E_n = E\cos\alpha$ – проекция вектора **E** на направление нормали **n** к площадке dS.

Теорема Гаусса гласит: *поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на произведение* $\varepsilon\varepsilon_0$. Выражение для теоремы имеет вид:

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i .$$

Если электрический заряд, охватываемый произвольной выбранной поверхностью, является распределенным по длине, поверхности или объему, то

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \int_l \tau dl , \qquad \sum_{i=1}^{n} q_i = \int_S \sigma dS , \qquad \sum_{i=1}^{n} q_i = \int_V \rho dV .$$

Наряду с вектором напряженности **E** для характеристики электростатического поля в диэлектрике используется вектор электрической индукции (электрического смещения) **D**, направленный так же как и вектор **E** и связанный с ним соотношением

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E} .$$

Единицей электрической индукции служит 1 Кл/м^2.

Теорема Гаусса для вектора электрической индукции принимает вид:

$$\Phi_D = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i .$$

Связь напряженности электростатического поля и потенциала в общем случае выражается с помощью функции градиента:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\varphi = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\mathbf{i} + \frac{d\varphi}{dy}\mathbf{j} + \frac{d\varphi}{dz}\mathbf{k}\right),$$

а в проекциях на оси координат –

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}, \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

В случае электрического поля, обладающего сферической симметрией, связь напряженности и потенциала выражается формулами

$$\mathbf{E} = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

В случае однородного поля, т. е. поля, напряженность которого одинакова в каждой его точке как по модулю, так и по направлению, имеем:

$$E = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями вдоль силовой линии поля.

Общая формула связи напряженности и потенциала позволяет по известным значениям потенциала найти напряженность в любой точке поля. Обратную задачу, т. е. по заданным значениям напряженности поля в каждой точке найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля, можно решить с использованием выражения

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \mathbf{E}d\mathbf{l}.$$

Далее приведены формулы расчета характеристик электрического поля заряженных тел различной формы.

1. *Заряженная нить*:

а) напряженность поля на расстоянии r от прямой нити конечной длины:

$$E_x = \frac{k\tau}{\varepsilon r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \quad E_y = \frac{k\tau}{\varepsilon r}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1), \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2},$$

где α_1 и α_2 – углы, под которыми видны концы нити из точки расчета напряженности; τ – линейная плотность заряда;

б) напряженность поля на прямой – продолжении нити:

$$E = \frac{k\tau}{\varepsilon}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{(l+x)}\right),$$

где x – расстояние от нити до точки расчета; l – длина нити;

в) напряженность поля на расстоянии r от бесконечно длинной нити:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r};$$

г) потенциал на расстоянии r от нити конечной длины:

$$\varphi = \frac{k\tau}{\varepsilon}\ln\left[\frac{\mathrm{tg}(\alpha_2/2)}{\mathrm{tg}(\alpha_1/2)}\right];$$

д) потенциал на прямой – продолжении нити: $\varphi = \frac{k\tau}{\varepsilon}\ln(\mathrm{r}_2/\mathrm{r}_1)$;

е) разность потенциалов в точках на расстояниях r_1 и r_2 от нити:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln(\mathrm{r}_2/\mathrm{r}_1).$$

2. *Заряженное кольцо*:

а) напряженность на оси кольца: $E = \frac{\tau h R}{2\varepsilon\varepsilon_0\left(R^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}}$;

б) потенциал на оси кольца: $\varphi = \frac{\tau R}{2\varepsilon\varepsilon_0\sqrt{R^2+h^2}}$,

где R – радиус кольца; h – расстояние от центра кольца до точки расчета.

3. *Заряженный диск*:

а) напряженность на оси диска: $E = \frac{\sigma h}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left[\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right]$,

где R – радиус диска; h – расстояние от центра кольца до точки расчета; σ – поверхностная плотность заряда;

б) потенциал на оси диска: $\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(R^2+h^2\right)^{\frac{1}{2}} - h\right]$.

4. *Бесконечная заряженная плоскость*:

а) напряженность: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$;

б) разность потенциалов: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(r_2 - r_1\right)$,

где r_1 и r_2 – расстояния от плоскости до точек с потенциалами φ_1 и φ_2.

5. *Заряженная сфера*:

напряженность:

- внутри сферы ($r < R$) $E = 0$;
- за пределами сферы ($r > R$) $E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = k\frac{q}{\varepsilon r^2}$,

где R – радиус сферы; r – расстояние до точки расчета.

6. *Заряженный шар*:

напряженность:

- внутри шара ($r < R$) $E = \frac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0} r$,

- за пределами шара ($r > R$) $E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = k\frac{q}{\varepsilon r^2}$,

где R – радиус шара; r – расстояние до точки расчета.

Задачи

1. Отрезок тонкого прямого проводника равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Вычислить потенциал φ, создаваемый этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

2. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по плоскости заряд q = 1 нКл. Радиус пластины R = 5 см. Найти потенциал φ электрического поля в центре пластины.

3. Сплошной парафиновый шар радиусом R = 10 см равномерно заряжен с объемной плотностью ρ = 1 мкКл/м^3. Определить потенциал φ электрического поля в центре шара и на его поверхности (для парафина ε = 2).

4. Тонкий стержень l = 10 см несет равномерно распределенный заряд q = 1 нКл. Определить потенциал φ электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии a = 20 см от ближайшего его конца.

5. Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью σ = 10 нКл/м^2. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние r = 10 см.

6. Сплошной парафиновый шар радиусом R = 10 см равномерно заряжен с объемной плотностью ρ = 1 мкКл/м^3. Определить потенциал φ электрического поля в центре шара (для парафина ε = 2).

7. Тонкий прямой стержень длиной l = 20 см равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 1 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии a = 15 см от одного из его концов расположен точечный заряд q_0 = 5 нКл. Определить, с какой силой F взаимодействуют стержень и заряд.

8. По тонкому диску радиусом R = 10 см равномерно распределен заряд

$q = 1$ нКл. Найти напряженность E электрического поля на оси диска на расстоянии $h = 8$ см от его плоскости.

1.5. Конденсаторы. Электрическая емкость

Потенциал уединенного проводника пропорционален его заряду. Коэффициент пропорциональности C между потенциалом φ и зарядом q проводника называется *электрической емкостью,* или *электроемкостью*:

$$C = q / \varphi,$$

т. е. электроемкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на единицу. За единицу емкости принимают емкость проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл, и называется фарадом: 1 Ф = 1 Кл/ 1 В.

Электроемкость уединенного проводника зависит от его формы и размеров, а также от диэлектрических свойств среды, окружающей проводник, и не зависит от материала проводника, его агрегатного состояния, формы и размеров возможных полостей внутри проводника.

Электроемкость C уединенного заряженного шара радиусом R, находящегося в однородном диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ε:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Взаимная электроемкость двух проводников определяется формулой

$$C = q / \Delta\varphi = q / (\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы первого и второго проводников соответственно; $\Delta\varphi = U$ – разность потенциалов (напряжение) между проводниками; q – заряд каждого проводника. Взаимная электроемкость двух проводников зависит от их формы, размеров и взаимного расположения, а также от диэлектрической проницаемости ε среды, заполняющей пространство между проводниками.

Конденсатором называется устройство, состоящее из двух и более проводников такой конструкции и расположения, что они обладают повышенной электроемкостью. Образующие конденсатор проводники называются обкладками. Электростатическое поле, создаваемое обкладками, сосредоточено внутри них. В зависимости от формы обкладок различают конденсаторы плоские, цилиндрические и сферические.

Электроемкость C плоского конденсатора, у которого обкладки исполнены в виде плоских пластин, равна:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d,$$

где S – площадь одной обкладки; d – расстояние между обкладками; ε – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

Электроемкость C конденсатора с обкладками цилиндрической формы –

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(\mathrm{R}_2 / R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок, l – длина конденсатора.

Электроемкость C конденсатора с обкладками сферической формы –

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Значительное увеличение электроемкости можно получить при соединении конденсаторов в батареи. Существует два способа соединения конденсаторов в электрической цепи – последовательное и параллельное. При последовательном соединении n конденсаторов суммарная электроемкость равна

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Если n конденсаторов соединяются параллельно, то их суммарная емкость

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

Таким образом, при последовательном соединении суммарная емкость меньше емкости самого малого из соединенных конденсаторов. И наоборот, при параллельном соединении суммарная емкость больше емкости самого большого из соединенных конденсаторов.

Задачи

1. Плоский конденсатор емкостью 20 пФ соединяют последовательно с таким же конденсатором, но заполненным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 3. Найти суммарную емкость C (в пФ) такой батареи.

2. Во сколько раз увеличится емкость системы, состоящей из двух параллельно соединенных одинаковых воздушных конденсаторов, если один из них заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 5?

3. Найти электроемкость C уединенного металлического шара радиусом 1 см.

4. Определить электроемкость металлической сферы радиусом R = 2 см, погруженной в воду (диэлектрическая проницаемость воды ε = 81).

5. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 2{,}1$ см образуют сферический конденсатор. Найти его электроемкость C, если пространство между сферами заполнено парафином (для парафина $\varepsilon = 2$).

6. Два плоских воздушных конденсатора емкостью 10 пФ каждый соединены последовательно. На сколько изменится емкость батареи конденсаторов, если пространство между обкладками одного из них заполнить диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$?

7. Электроемкость плоского воздушного конденсатора 5 пФ. Разность потенциалов между его обкладками равна 1000 В. Площадь каждой обкладки конденсатора равна 100 см^2. Чему равна напряженность поля в конденсаторе?

8. Обкладки плоского воздушного конденсатора площадью 300 см^2 каждая взаимно притягиваются с силой 12 мН. Расстояние между ними равно 1 см. Какова разность потенциалов между обкладками?

1.6. Энергия заряженного проводника. Энергия электрического поля

Энергия W уединенного заряженного проводника определяется формулой

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Энергия W заряженного конденсатора –

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2},$$

где $U = \Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками. Энергия конденсатора и есть энергия электростатического поля между его обкладками.

Объемной плотностью энергии электростатического поля называется энергия поля, приходящаяся на единицу объема поля:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

где E – напряженность электростатического поля; D – электрическая индукция поля; V – объем диэлектрика, в котором сосредоточено магнитное поле.

Тогда энергия электростатического поля принимает вид:

$$W = \int_V w dV.$$

Сила F притяжения друг к другу пластин плоского конденсатора:

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} \; .$$

Энергия поля, созданного любым распределением электрических зарядов в пространстве, может быть найдена путем интегрирования объемной плотности энергии по всему объему, в котором создано это поле.

Задачи

1. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью C = 1,11 нФ заряжен до разности потенциалов U = 300 В. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 5 раз. Определить: разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения и работу A внешних сил по раздвижению пластин.

2. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50,0 мН. Площадь S каждой пластины равна 200,0 см^2. Найти объемную плотность энергии w поля конденсатора.

3. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2,0 см, разность потенциалов U = 6,0 кВ. Заряд q каждой пластины равен 10,0 нКл. Вычислить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

4. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом r = 10 см каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1,0 см. Конденсатор зарядили до разности потенциалов U = 1,2 кВ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до d_2 = 3,5 см?

5. Найти плотность энергии поля плоского воздушного конденсатора, площадь каждой пластины которого равна 100 см^2. Сила F притяжения между пластинами равна 50 мН.

6. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 200 см^2 каждая и расстоянием между ними d = 0,5 см заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью ε = 4. Конденсатор заряжается от источника постоянного напряжения U = 100 В и отключается от него. Затем диэлектрик удаляется из конденсатора. Найти работу, затраченную на удаление диэлектрика.

7. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов U = 500 В. Площадь пластин S = 200 см^2 каждая, расстояние

между ними d_1 = 1,5 мм. Пластины раздвинули до расстояния d_2 = 15 мм. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.

8. Две концентрические проводящие сферы радиусами r_1 = 20 см и r_2 = 50 см заряжены соответственно одинаковыми зарядами q = 100 нКл. Найти энергию электростатического поля, заключенного между этими сферами.

2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

2.1. Сила электрического тока. Закон Ома. ЭДС

Сила тока – количественная характеристика электрического тока и равна величине заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени:

$$I = dq / dt .$$

За направление тока принимается направление упорядоченного движения положительных зарядов в проводнике.

Постоянным называется ток, не изменяющийся во времени. Для него

$$I = q / t .$$

Единицей силы тока служит 1 А (ампер), численно равный заряду в 1 Кл, переносимому через поперечное сечение проводника в 1 с.

Электрический ток можно представить также с помощью *вектора плотности тока* $\mathbf{j}$. Этот вектор численно равен отношению силы тока dI, протекающего через поперечное сечение проводника $dS_\perp$, перпендикулярное направлению тока:

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS_\perp}\mathbf{k} ,$$

а сила тока через произвольную поверхность S равна

$$I = \int_S \mathbf{j} d\mathbf{S} .$$

Плотность тока может быть также определена через концентрацию n носителей заряда, скорость их движения $\mathbf{v}$ и заряд электрона e:

$$\mathbf{j} = en\mathbf{v} .$$

Для поддержания электрического тока в цепи необходимы силы неэлектростатического происхождения, называемые *сторонними силами*. Величина $\mathcal{E}$, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль всей цепи, включая источник тока, называется *электродвижущей силой* (ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q} = \frac{A_{ист} + A'}{q} ,$$

где $A_{ст}$ – работа сторонних сил; $A_{ист}$ – работа, совершаемая против сил электрического поля внутри источника тока; A' – работа, совершаемая против сил сопротивления среды источника. Размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала.

Электрическим сопротивлением R проводника длиной l и поперечным сечением S называется величина

$$R = \rho \frac{l}{S} ,$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника. Единицей сопротивления является 1 Ом, равный сопротивлению проводника, в котором при напряжении на его концах в 1 В течет ток в 1 А.

Закон Ома гласит: *сила тока, протекающего по металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения на концах этого проводника.*

Однородным называется участок электрической цепи, не содержащий источника ЭДС. Закон Ома для однородного участка:

$$I = U / R,$$

где U – падение напряжения на участке, R – сопротивление участка.

Неоднородным называется участок цепи, содержащий источник ЭДС. Закон Ома для такого участка цепи -

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R + r},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка; ε – ЭДС источника; r – внутреннее сопротивление источника.

Закон Ома для замкнутой электрической цепи выражается формулой

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

т. е. сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока, действующей в цепи, и обратно пропорциональна сумме внешнего и внутреннего сопротивлений.

Задачи

1. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1, показал напряжение U_1 = 198 В, а при включении последовательно с сопро-

тивлением $R_2 = 2R_1$ показал напряжение $U_2 = 180$ В. Определить сопротивление R_1 и напряжение в сети, если сопротивление вольтметра $r = 900$ Ом.

2. Найти напряжение U на проводнике с сопротивлением $R = 10$ Ом, если за время $t = 5$ мин протекает заряд $q = 120$ Кл.

3. В цепи источника тока с ЭДС $\varepsilon = 30$ В идет ток $I = 3$ А. Напряжение на зажимах источника $U = 18$ В. Найти внешнее сопротивление R и внутреннее сопротивление источника r.

4. Электрическая цепь состоит из внешнего сопротивления R и источника тока с ЭДС $\varepsilon = 6$ В и внутренним сопротивлением источника $r = 2$ Ом. В цепи идет ток $I_1 = 0{,}5$ А. Какой ток I_2 пойдет в цепи при уменьшении внешнего сопротивления в три раза?

5. Электрическая цепь состоит из внешнего сопротивления $R = 6$ Ом и источника тока с ЭДС $\varepsilon = 30$ В. Напряжение в цепи $U = 18$ В. Найти внутреннее сопротивление источника r.

6. По цепи, состоящей из резистора и источника с внутренним сопротивлением 2 Ом и ЭДС 6 В, идет ток 0,5 А. Какова будет сила тока, если сопротивление резистора уменьшить в два раза?

7. При подключении к аккумулятору сопротивления 20 Ом напряжение на аккумуляторе составляло 10 В, при подключении к аккумулятору сопротивления 8 Ом напряжение на аккумуляторе составило 8 В. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора.

8. При замыкании источника тока на резистор с сопротивлением $R_1 = 5$ Ом в цепи идет ток $I_1 = 5$ А, а при замыкании на резистор с сопротивлением $R_2 = 2$ Ом идет ток $I_2 = 8$ А. Найти внутреннее сопротивление и ЭДС источника тока.

2.2. Соединение сопротивлений и источников ЭДС. Правила Кирхгофа

При *последовательном* соединении n сопротивлений суммарное сопротивление участка цепи

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i \, .$$

При этом суммарные сила тока и напряжение

$$I = I_1 = I_2 = ... = I_n = \text{const} \quad \text{и} \quad U = \sum_{i=1}^{n} U_i .$$

При *параллельном* соединении n сопротивлений суммарное сопротивление -

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} .$$

Сила тока и напряжение на таком участке

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i , \qquad U = U_1 = U_2 = ... = U_n = \text{const} .$$

При последовательном соединении n источников ЭДС сила тока в цепи -

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr} .$$

При параллельном соединении n источников ЭДС сила тока в цепи -

$$I = \frac{\varepsilon}{R + (r/n)} .$$

Правила Кирхгофа используются для расчета разветвленных цепей. *Первое правило* носит название правила узлов. *Узлом* называется точка цепи, в которой сходится не менее трех проводников.

Первое правило Кирхгофа гласит: *алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю*:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 .$$

Второе правило Кирхгофа носит название правила контуров. *Контуром* называется замкнутый неразветвленный участок цепи. **Второе правило Кирхгофа** говорит, что *алгебраическая сумма падений напряжений в произвольно выбранном замкнутом контуре разветвленной цепи равна алгебраической сумме ЭДС источников тока, заключенных в этом контуре*:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{m} I_i R_i .$$

Ток считается положительным, если его направление совпадает с выбранным направлением обхода контура. Значение ЭДС считается положительным, если направление обхода контура совпадает с переходом внутри источника от отрицательного полюса к положительному.

Задачи

1. Два источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}5$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}5$ Ом и $r_2 = 0{,}4$ Ом включены параллельно сопротивлению $R = 2$ Ом. Определить силу тока через это сопротивление.

2. В электрическую сеть с напряжением $U = 120$ В включены два резистора с одинаковыми сопротивлениями $R = 200$ Ом. Какой ток пойдет через каждый резистор при их последовательном соединении? Какой ток пойдет через каждый резистор при их параллельном соединении?

3. Электрическая схема составлена из двух параллельно соединенных резисторов с сопротивлениями 40 и 10 Ом, подключенных к зажимам аккумулятора с ЭДС 10 В. Ток во втором резисторе 0,8 А. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора.

4. Участок цепи состоит из четырех резисторов. Резисторы с сопротивлениями 3, 0,8 и 2 Ом соединены последовательно; параллельно последнему из них подключен резистор с сопротивлением 3 Ом. Напряжение на концах участка 20 В. Найти силу тока в каждом из четырех резисторов.

5. Определить внутреннее сопротивление источника тока, если известно, что при замыкании его на внешнее сопротивление $R_1 = 1$ Ом напряжение на зажимах источника $U_1 = 2$ В, а при замыкании на сопротивление $R_2 = 2$ Ом напряжение на зажимах $U_2 = 2{,}4$ В. Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

6. Батарея из двух последовательно соединенных источников тока с ЭДС $\varepsilon = 1{,}25$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}1$ Ом питает два параллельно соединенных резистора с сопротивлениями $R_1 = 50$ Ом и $R_2 = 200$ Ом. Найти токи через резисторы.

7. К батарее из двух параллельно включенных источников тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 5$ В и $\varepsilon_2 = 6$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом подключен резистор с сопротивлением $R = 10$ Ом. Найти ток через резистор и ток в каждом источнике.

8. Электрическая цепь состоит из трех параллельных ветвей, в каждую из которых включен источник тока и резистор. Параметры элементов цепи: $\varepsilon_1 = 11$ В, $r_1 = 1$ Ом, $R_1 = 5$ Ом; $\varepsilon_2 = 4$ В, $r_2 = 2$ Ом, $R_2 = 10$ Ом; $\varepsilon_3 = 6$ В, $r_3 = 1$ Ом, $R_3 = 2$ Ом. Определить силу тока в каждой ветви.

2.3. Закон Джоуля-Ленца. Мощность и КПД источника тока

Закон Джоуля–Ленца позволяет определить количество теплоты, выделяемое в проводнике при протекании по нему тока. Пусть в течение времени t по проводнику сопротивлением R течет ток I, напряжение на концах проводника равно U. Так как работа A по перемещению заряда по проводнику идет на его нагревание, то эту работу можно определить как выделяемую в проводнике теплоту $Q = A$. **Закон Джоуля–Ленца**, таким образом, имеет вид:

$$Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Если сила тока в проводнике изменяется со временем, то количество теплоты, выделяемое за время t вычисляется как

$$Q = \int_0^t I^2(t)Rdt.$$

Мощность, выделяемая в проводнике при протекании тока, определяется как работа A (или теплота Q), выделяемая в единицу времени t. Тогда из закона Джоуля–Ленца следует, что формула электрической мощности имеет вид:

$$P = A/t = Q/t = IU = I^2R = U^2/R.$$

Полная мощность, развиваемая источником ЭДС –

$$P_{\text{полн}} = \varepsilon I = \varepsilon^2/(R+r),$$

где ε – ЭДС источника тока; r – его внутреннее сопротивление; R – сопротивление внешней цепи.

Полезная мощность, выделяющаяся во внешней цепи (на нагрузке) –

$$P_{\text{полезн}} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}.$$

Мощность потерь, т. е. мощность, теряемая на внутреннем сопротивлении источника ЭДС и сопротивлении проводов, –

$$P_{\text{потерь}} = I^2r = \frac{\varepsilon^2 r}{(R+r)^2}.$$

Полную мощность, таким образом, можно представить как

$$P_{\text{полн}} = P_{\text{полезн}} + P_{\text{потерь}}.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) источника тока показывает, сколько выделяемой данным источником полной мощности идет на полезную мощность в цепи. Выражение для КПД имеет вид:

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{R}{R+r}.$$

Для электрической цепи частными случаями являются три режима работы: режим короткого замыкания, режим холостого хода и режим согласования.

Режим короткого замыкания возникает при соединении двух различных точек цепи с различными потенциалами. В этом режиме зажимы источника энергии замкнуты проводником («закорочены»), при этом внешнее сопротивление близко к нулю, а полное сопротивление цепи определяется только внутренним сопротивлением источника. В этом режиме ток в цепи значительно превышает номинальные значения (из-за отсутствия сопротивления), а полезная мощность и КПД источника тока равны нулю. Этот режим работы считается аварийным.

Режим холостого хода. Этот режим работы электрической цепи характеризует ее разомкнутое состояние – ток отсутствует, все элементы отключены от источника питания, внешнее сопротивление стремится к бесконечности. Напряжение на зажимах источника питания совпадает с ЭДС источника, полная и полезная мощности стремятся к нулю, а КПД источника тока стремится к 100 %.

Режим согласования. В этом режиме сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению источника: $R_{\text{н}} = r$; при этом полезная мощность максимальна. Полная мощность, вырабатываемая источником тока, в два раза превосходит полезную, откуда следует, что КПД источника в этом режиме равен 50 %.

В таблице приведены параметры работы электрической цепи в трех различных режимах, полученные с использованием закона Ома.

Режим работы цепи	$R_{\text{н}}$, Ом	$R_{\text{общ}}$, Ом	I, А	U_R, В	$P_{\text{полн}}$, Вт	$P_{\text{полезн}}$, Вт	η
Короткое замыкание	0	r	$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$	0	$P_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon^2}{r}$	0	0
Холостой ход	∞	∞	0	ε	0	0	1
Согласование	R	$2r$	$I = \frac{U}{r}$	$U = Ir$	$P = \frac{\varepsilon^2}{2r}$	$P = \frac{\varepsilon^2}{4r}$	0,5

Здесь $R_н$ – сопротивление нагрузки; $R_{общ}$ – общее сопротивление цепи; U_R – напряжение на нагрузке.

Задачи

1. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 120$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 5$ А за время $t = 15$ с. Определить выделившееся за это время количество теплоты в проводнике.

2. Определить ЭДС ε и внутреннее сопротивление r источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе тока 2 А – мощность 8 Вт.

3. Два резистора имеют одинаковые мощности $P_1 = P_2$. Один резистор рассчитан на напряжение $U_1 = 120$ В, а другой – на напряжение $U_2 = 220$ В. Во сколько раз отличаются сопротивления R_1 и R_2 резисторов?

4. Электрическая цепь состоит из внешнего сопротивления $R = 20$ Ом и источника тока с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением источника $r = 5$ Ом. Найти полезную мощность $P_{полезн}$ выделяемую на внешнем сопротивлении.

5. Найти ток I в цепи источника тока с ЭДС $\varepsilon = 2{,}2$ В, если сопротивление внешней цепи $R = 0{,}5$ Ом, а КПД источника $\eta = 65$ %.

6. КПД цепи, состоящей из источника ЭДС и нагрузочного сопротивления, равно 0,6. Во сколько раз изменится КПД цепи, если сопротивление нагрузки увеличить в два раза?

7. При токе в цепи 15 А полезная мощность равна 135 Вт, а при токе 6 А она составляет 64,8 Вт. Найти ток короткого замыкания источника.

8. Ток короткого замыкания аккумулятора 8 А. При увеличении внешнего сопротивления с 3 Ом до 12 Ом КПД схемы увеличивается вдвое. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора.

3. МАГНЕТИЗМ

3.1. Индукция и напряженность магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа

Магнитное поле порождается движущимися зарядами (токами) и обнаруживается по действию магнитных сил и характеру движения заряженных частиц в этом поле. Графически магнитное поле изображается с помощью силовых линий (линий индукции), непрерывных и замкнутых. Направление силовых линий магнитного поля связано с направлением тока, создающего это поле, по *правилу буравчика*: если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением линий магнитного поля тока.

Основная силовая характеристика магнитного поля – вектор индукции **B**, направленный по касательной к силовым линиям поля в каждой точке. Единица измерения магнитной индукции – 1 Тл (Тесла). Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: *если магнитное поле создается несколькими движущимися зарядами (токами), то суммарная индукция* **B** *этого поля равна векторной сумме индукций* $\mathbf{B}_i$ *, порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности*:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{B}_i .$$

Дополнительной характеристикой магнитного поля является вектор напряженности поля **H**, направленный так же, как и вектор индукции **B**, и связанный с ним соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H},$$

где μ – относительная магнитная проницаемость среды; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м (генри на метр) – магнитная постоянная. Единица измерения **H** – 1 А/м (ампер на метр). Относительная магнитная проницаемость среды характеризует магнитные свойства среды и показывает, во сколько раз индукция $\mathbf{B}_{\text{ср}}$ магнитного поля в этой среде больше индукции $\mathbf{B}_{\text{вак}}$ этого же поля в вакууме:

$$\mu = \mathbf{B}_{\text{ср}} / \mathbf{B}_{\text{вак}} .$$

Индукция **B** магнитного поля, создаваемого зарядом q, движущимся со скоростью υ, на расстоянии r от него:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{\mathbf{r}^3}, \quad B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{q\upsilon \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между вектором скорости **v** и радиусом-вектором **r**, проведенным от заряда к точке расчета магнитной индукции.

С помощью закона Био–Савара–Лапласа и принципа суперпозиции магнитное поле любого тока может быть рассчитано как векторная сумма полей, создаваемых отдельными элементарными участками токов. **Закон Био–**

Савара–Лапласа для магнитной индукции $d\mathbf{B}$ поля, создаваемого проводником с током длиной dl на расстоянии r от проводника запишется в виде:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\mathbf{l}\times\mathbf{r}]}{r^3}, \qquad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

где $d\mathbf{l}$ – вектор, равный по модулю длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; I – сила тока в проводнике; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке расчета магнитной индукции. Далее приведены формулы расчета магнитных полей, создаваемых некоторыми телами.

1. *Индукция магнитного поля прямолинейного проводника конечной длины с током* I:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где α_1 и α_2 – углы, под которыми видны концы проводника из точки расчета индукции поля; r – кратчайшее расстояние от проводника до точки расчета индукции $\mathbf{B}$.

2. *Индукция магнитного поля, создаваемого прямолинейным проводником бесконечной длины с током* I:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}.$$

3. *Индукция магнитного поля на оси проводника в форме кольца с током* I:

$$B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}},$$

где R – радиус кольца; h – расстояние от центра кольца до точки на оси, в которой рассчитывается индукция $\mathbf{B}$.

4. *Индукция магнитного поля, создаваемого в центре проводника в форме кольца с током* I:

$$B = \mu\mu_0 I / 2R.$$

Соленоидом называется цилиндр, на который намотана проволока в один или несколько слоев, по которым пропускают ток. При протекании тока по обмотке внутри соленоида (катушки) возникает однородное магнитное поле, направленное вдоль оси соленоида. *Тороидом* называется свернутый в тор соленоид, ось симметрии которого имеет форму окружности.

5. *Индукция магнитного поля, создаваемого на оси соленоида конечной длины*

$$B = \frac{\mu\mu_0 In}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где $n = N/l$ – плотность числа витков обмотки; N – общее число витков; l – длина соленоида; α_1 и α_2 – углы, под которыми видны концы соленоида из точки на его оси, в которой идет расчет индукции поля.

6. *Индукция магнитного поля на оси соленоида бесконечной длины*

$$B = \mu\mu_0 In .$$

Магнитным моментом замкнутого контура с током I называется вектор $\mathbf{p}_m$, равный произведению силы тока на площадь контура S и на вектор положительной нормали к контуру $\mathbf{n}$:

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n} .$$

Направление вектора $\mathbf{p}_m$ совпадает с направлением вектора нормали $\mathbf{n}$ к контуру и определяется по *правилу буравчика*: если направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением тока в контуре, то направление векторов $\mathbf{p}_m$ и $\mathbf{n}$ совпадает с направлением движения острия буравчика.

Задачи

1. Напряженность H_0 магнитного поля в вакууме равна 79,6 кА/м. Определить магнитную индукцию B_0 этого поля.

2. Магнитная индукция B_0 поля в вакууме равна 10 мТл. Найти напряженность H_0 магнитного поля.

3. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью H = 1 кА/м. Определить индукцию магнитного поля в сердечнике. Принять магнитную проницаемость μ железа равной $1{,}03 \cdot 10^3$.

4. Вычислить напряженность H_0 магнитного поля, если его индукция в вакууме B_0 равна 0,05 Тл.

5. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии r = 5 см один от другого. По проводам текут в противоположных направлениях одинаковые токи I = 10 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 2 см от одного и r_2 = 3 см от другого провода.

6. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5 см. По проводам в одном направлении текут токи I = 30 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 4 см от одного и r_2 = 3 см от другого провода.

7. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи I_1 = 50 А и I_2 = 100 А в противоположных направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на r_1 = 25 см от первого и на r_2 = 40 см от второго провода.

8. Два бесконечно длинных параллельных провода находятся на расстоянии d = 10 см один от другого. По проводам текут в одном направлении токи I_1 = 20 А и I_2 = 30 А. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние r = 10 см.

9. По контуру в виде квадрата со стороной a = 20 см идет ток I = 50 А. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей квадрата.

10. По тонкому проводящему кольцу радиусом R = 10 см течет ток I = 80 А. Найти магнитную индукцию B в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 20 см.

11. По обмотке катушки радиусом r = 16 см течет ток I = 5 А. Сколько витков N проволоки намотано на катушку, если напряженность H магнитного поля в ее центре равна 800 А/м?

12. По проводнику в виде тонкого кольца радиусом R = 10 см течет ток. Чему равна сила тока I, если магнитная индукция B поля в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 0,3 м, равна 1 мкТл?

13. На железное кольцо намотано (в один слой) N = 500 витков провода, средний диаметр кольца равен 25 см. Определить магнитную индукцию B в железе, если сила тока в обмотке 0,5 А. Принять магнитную проницаемость μ железа равной $1{,}03 \cdot 10^3$.

14. При какой силе тока I, текущего по тонкому проводящему кольцу радиусом R = 0,2 м, магнитная индукция B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 0,3 м, станет равной 20 мкТл?

15. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром d = 0,5 мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова напряженность H магнитного поля внутри соленоида при силе тока I = 4 А? Толщиной изоляции пренебречь.

16. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка радиусом r = 8 см равна 30 А/м. Определить напряженность поля на оси витка в точке, расположенной на расстоянии 6 см от его центра.

3.2. Закон Ампера. Сила Лоренца

Если прямолинейный проводник длиной l с током I поместить во внешнее магнитное поле с индукцией **B**, то поле будет воздействовать на этот проводник с силой, определяемой *законом Ампера*:

$$\mathbf{F}_\text{А} = I[\mathbf{l}\times\mathbf{B}], \quad F_\text{А} = IlB\sin\alpha = IlB_\perp ,$$

где α – угол между вектором индукции **B** и вектором **l**; а направление вектора **l** совпадает с направлением тока.

Направление силы Ампера находится по *правилу левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора индукции $B\sin\alpha = B_\perp$ входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали направление тока, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Ампера.

В общем случае неоднородного поля и произвольной форме проводника выбирается бесконечно малый отрезок проводника, для которого поле можно считать однородным. Тогда для такого элемента проводника сила Ампера:

$$d\mathbf{F}_\text{А} = I[d\mathbf{l}\times\mathbf{B}], \quad dF_\text{А} = IdlB\sin\alpha ,$$

где α – угол между вектором индукции **B** и вектором **dl**.

В случае, когда угол $\alpha = 90°$ ($\sin\alpha = 1$)

$$B = \frac{1}{I}\frac{dF_\text{А}}{dl}, \qquad 1\text{Тл} = \frac{1\text{Н}}{1\text{А}\cdot 1\text{м}}.$$

Отсюда следует, что магнитная индукция **B** является силовой характеристикой магнитного поля подобно напряженности **E** электрического поля.

Из закона Ампера следует, что сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии d друг от друга, и рассчитываемая на отрезки проводников длиной l, равна:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}.$$

На заряд q, движущийся со скоростью **v** во внешнем магнитном поле с индукцией **B**, со стороны поля действует *сила Лоренца*

$$\mathbf{F}_\text{Л} = q[\mathbf{v}\times\mathbf{B}], \qquad F_\text{Л} = qB\upsilon\sin\alpha = qB\upsilon_\perp ,$$

где α – угол между вектором индукции **B** и вектором скорости **v**; $\upsilon\sin\alpha = \upsilon_\perp$ – составляющая скорости, перпендикулярная вектору **B**.

Направление силы Лоренца, действующей на положительный заряд, определяется по правилу левой руки. На отрицательный заряд, такой же величины и движущийся с такой же скоростью, сила Лоренца действует в противоположном направлении.

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно направлению движения заряда. Следовательно, при действии этой силы не совершается работы. Сила Лоренца изменяет только направление вектора скорости, в то время как модуль скорости, а значит и кинетическая энергия заряда в магнитном поле, не меняются.

Если заряженная частица влетает в магнитное поле со скоростью, параллельной вектору индукции, то сила Лоренца равна нулю, и поле не меняет движение частицы. Если же частица влетает в поле под некоторым углом, то сила Лоренца со стороны магнитного поля будет искривлять траекторию движения частицы. Так как сила Лоренца обусловлена перпендикулярной составляющей $v_{\perp}$ вектора скорости, являющейся центростремительной скоростью, то сила Лоренца будет действовать на заряд как центростремительная сила

$$F_{\text{Л}} = q\upsilon B \sin\alpha = F_{\text{ц}} = \frac{m\upsilon \sin\alpha}{R}.$$

Таким образом, если заряд влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($\alpha = 90°$), то под действием силы Лоренца он будет двигаться по окружности радиуса R с периодом T:

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}, \qquad T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Если же заряд влетает в магнитное поле под произвольным углом α, то траекторией его движения будет спираль с параметрами:

– радиус спирали $\quad R = \dfrac{m\upsilon \sin\alpha}{qB}$,

– шаг спирали $\quad h = \upsilon\cos\alpha T = \upsilon\cos\alpha \dfrac{2\pi m}{qB}$,

где $\upsilon\cos\alpha = \upsilon_{\parallel}$ – составляющая скорости, параллельная вектору **B**.

Если имеются одновременно электрическое и магнитное поля, то электромагнитная сила, действующая со стороны этих полей на движущийся заряд q, равна

$$\mathbf{F}_{\text{эм}} = \mathbf{F}_{\text{эл}} + \mathbf{F}_{\text{м}} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

где **E** – вектор напряженности электрического поля; **v** – вектор скорости заряда. Направление обобщенной силы $\mathbf{F}_{\text{эм}}$ зависит от направлений действия сил со стороны обоих полей.

Задачи

1. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции B = 1 Тл расположен прямой провод, по которому течет ток I = 1 кА. С какой силой F действует поле на отрезок провода длиной l = 1 м?

2. Вычислить радиус дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией B = 15 мТл, если скорость υ протона составляет 2 Мм/с (заряд протона $q_p = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, масса протона $m_p = 1{,}7\cdot10^{-27}$ кг).

3. В однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл находится свободно подвешенный горизонтальный прямолинейный медный проводник. Площадь его поперечного сечения S = 4 мм^2. С каким ускорением проводник будет выталкиваться из поля, если по нему потечет ток I = 8,9 А? Плотность ρ меди равна $8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3.

4. В однородном магнитном поле с напряженностью H = 100 кА/м по окружности R = 10 см движется α–частица. Найти ее скорость υ ($q_\alpha = 3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл, $m_\alpha = 6{,}64\cdot10^{-27}$ кг).

5. Прямой провод длиной l = 10 см, по которому течет ток I = 20 А, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл. Найти угол α между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила F = 10 мН.

6. Электрон, имея скорость υ = 2 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B = 30 мТл под углом $\alpha = 30°$ к направлению линий индукции. Определить радиус R спирали, по которой будет двигаться электрон ($q_e = 1.6\cdot10^{-19}$ Кл, $m_e = 9.11\cdot10^{-31}$ кг).

7. Сила тока в горизонтально расположенном проводнике длиной 20 см и массой 4 г равна 10 А. Найти модуль и направление индукции магнитного поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы сила тяжести проводника уравновесила силу Ампера.

8. Заряженная частица, обладающая скоростью $\upsilon = 2\cdot10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,52 Тл. Найти отношение Q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом R = 4 см.

3.3. Закон полного тока. Магнитный поток. Электромагнитная индукция

Циркуляции векторов индукции **B** и напряженности **H** магнитного поля по замкнутому контуру равны:

– для проводника с током внутри контура

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 I_i, \qquad \oint_L \mathbf{H}d\mathbf{l} = \oint_L H_l dl = I_i;$$

– для проводника с током вне контура

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = 0, \qquad \oint_L \mathbf{H}d\mathbf{l} = \oint_L H_l dl = 0,$$

где B_l и H_l – проекции векторов **B** и **H** на направление элементарного перемещения dl вдоль контура L.

Объединение этих формул приводит к формуле **закона полного тока** (**теореме о циркуляции вектора H**): *циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватывамых этим контуром*:

– для магнитного поля в вакууме:

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i;$$

– закон полного тока для магнитного поля в среде

$$\oint_L \mathbf{H}d\mathbf{l} = \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром; n – число токов.

Из закона следует, что для проводника с током внутри контура $\oint_L B_l dl \neq 0$. Следовательно, в отличие от электростатического, для которого $\oint_L E_l dl = 0$, магнитное поле не является потенциальным, и называется в этом случае вихревым или соленоидальным.

Магнитный поток Φ_B (*поток магнитной индукции) магнитного поля с индукцией* **B** *через замкнутую поверхность* S в случае неоднородного поля

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B}d\mathbf{S} = \int_S B_n dS = \int_S B\cos\alpha dS,$$

а в случае однородного поля

$$\Phi_B = \mathbf{BS} = B_n S = BS\cos\alpha,$$

где $B_n = B\cos\alpha$ – проекция вектора **B** на направление нормали **n** к площадке dS.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi_B.$$

Явлением *электромагнитной индукции* называют явление возникновения электродвижущей силы индукции ε_i и электрического тока (индукционного тока) в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром. Величина ЭДС индукции определяется по закону Фарадея–Максвелла (**закону электромагнитной индукции**): *ЭДС индукции, возникающая в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через него, равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока:*

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

ЭДС индукции будет возникать в контуре при изменении величины магнитного поля, площади контура или повороте контура в поле.

Знак минус в формуле закона Фарадея–Максвелла является отражением *правила Ленца*: *индукционный ток, возникающий в контуре, всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.*

Если контур состоит из N витков, то ЭДС, индуцируемая в таком контуре,

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi_B}{dt} = -\frac{Nd\Phi_B}{dt},$$

где Ψ_B – потокосцепление или полный магнитный поток через контур.

Явлением *самоиндукции* называется появление ЭДС индукции в контуре при изменении в нем тока:

$$\varepsilon_S = -\frac{d\Psi_B}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt},$$

где L – индуктивность контура (коэффициент самоиндукции). Физический смысл индуктивности вытекает из определения магнитного потока и закона Био–Савара–Лапласа: индуктивность L зависит от геометрии контура (его формы и размеров) и от магнитных свойств среды. Если не меняются размеры контура и магнитная проницаемость среды μ, то L = const и

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}.$$

Так, индуктивность соленоида имеет вид:

$$L = \mu\mu_0 N^2 \frac{S}{l} = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где N – число витков; S – площадь поперечного сечения соленоида; l – его длина; n – число витков на единицу длины; V – объем соленоида. Единица измерения индуктивности – 1 Гн (генри).

Явлением *взаимной индукции* называется появление ЭДС индукции в одном контуре при изменении силы тока в другом близко расположенном контуре. Пусть в контуре 1 течет ток I_1. Тогда при изменении этого тока в контуре 2 индуцируется ЭДС:

$$\varepsilon_{i12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}.$$

При изменении тока I_2 в контуре 2 индуцируется ЭДС в контуре 1:

$$\varepsilon_{i21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}.$$

Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} всегда равны друг другу и называются *взаимной индуктивностью* контуров. Их величина зависит от формы, размеров, взаимного расположения контуров и магнитной проницаемости окружающей среды. Так, индуктивность тороида равна:

$$L_{12} = \mu\mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l},$$

где N_1 и N_2 – число витков катушек, намотанных на тороид; S – площадь поперечного сечения тороида; l – длина сердечника тороида.

Задачи

1. Найти магнитный поток Ф, создаваемый соленоидом сечения S = 10 см^2, если он имеет n = 10 витков на каждый сантиметр его длины при силе тока I = 20 А.

2. Магнитный поток Ф = 40 мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС индукции ε_i в контуре, если магнитный поток изменится до нуля за время Δt = 2 мс.

3. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток I = 50 А, расположена прямоугольная рамка так, что ее две большие стороны длиной l = 6,5 см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей от этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток Ф, пронизывающий рамку?

4. По катушке индуктивностью L = 0,03 мГн течет ток I = 0,6 А. При размыкании цепи сила тока изменяется практически до нуля за время Δt = 120 мкс. Определить среднюю ЭДС самоиндукции ε_S, возникающую в контуре.

5. Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,04 Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30°$ с линиями индукции.

6. Определить индуктивность L соленоида, если при изменении в нем силы тока $\Delta I/\Delta t$, равной 50 А/с, на его концах возникает ЭДС самоиндукции ε_S = 0,08 В.

7. В однородное магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой l = 15 см. Определить ЭДС индукции ε_i, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью υ = 10 м/с.

8. Две катушки расположены на небольшом расстоянии одна от другой. Определить коэффициент L взаимной индукции катушек, если при изменении силы тока в первой катушке с быстротой $\Delta I/\Delta t$ = 5 А/с во второй катушке возникает ЭДС индукции ε_i = 0,1 В.

3.4. Энергия магнитного поля

Контур с индуктивностью L и током I обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Энергия магнитного поля, выраженная через величины самого поля, равна:

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}V = \frac{BH}{2}V.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля – это энергия поля в единице объема V:

$$w_B = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2}.$$

Зная объемную плотность энергии магнитного поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенную в любом объеме V, путем интегрирования объемной плотности по данному объему.

Задачи

1. Во сколько раз изменилась объемная плотность энергии w магнитного поля тороида со стальным сердечником при изменении магнитной индукции B от 0,5 Тл до 1 Тл и напряженности H магнитного поля от 220 А/м до 700 А/м, соответственно.

2. По обмотке соленоида со стальным сердечником течет ток I = 2 А. Определить объемную плотность энергии w магнитного поля в сердечнике, если число N витков на каждом сантиметре соленоида равно 7 см$^{-1}$. Магнитная индукция поля составляет 1,2 Тл.

3. При индукции В поля, равной 1 Тл, плотность энергии w магнитного поля в железе равна 200 Дж/м^3. Определить магнитную проницаемость μ железа в этих условиях.

4. Определить объемную плотность энергии w магнитного поля в стальном сердечнике, если индукция B магнитного поля равна 0,5 Тл, и его напряженность равна 220 А/м.

3.5. Магнитное поле в веществе

Любое вещество способно приобретать магнитный момент под действием магнитного поля, т. е. намагничиваться. Намагниченное вещество создает внутреннее магнитное поле $\mathbf{B}_{\text{вн}}$, которое накладывается на внешнее поле $\mathbf{B}_0$, образуя результирующее поле $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{\text{вн}}.$$

Намагничение магнетика характеризуют вектором намагничивания или *намагниченностью* $\mathbf{J}$, определяемой как суммарный магнитный момент вещества в единице объема:

$$\mathbf{J} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_{mi}}{\Delta V},$$

где N – число молекул в объеме ΔV; $\mathbf{p}_m$ – магнитный момент отдельной молекулы.

Намагниченность напрямую связана с величиной внешнего магнитного поля, в частности с напряженностью Н поля:

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}.$$

Здесь χ – характерная для данного магнетика величина, называемая *магнитной восприимчивостью*:

$$\chi = \mu - 1.$$

Магнитная индукция **B**, напряженность **H** и намагниченность **J** в изотропном (однородном) магнетике связаны соотношением

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}).$$

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все магнетики подразделяются на три группы:

1) *диамагнетики*, у которых χ мала и отрицательна по знаку ($\chi = -(10^{-5}...10^{-7})$, $\mu \approx 1$). Вследствие этого такие вещества обладают относительно слабым *диамагнитным эффектом* – ослабление внешнего магнитного поля из-за появления противоположно ему направленных индуцированных магнитных моментов;

2) *парамагнетики*, у которых χ мала, но положительна по знаку ($\chi = 10^{-3}...10^{-4}$, $\mu \approx 1$). Таким веществам свойственен также слабый *парамагнитный эффект* – небольшое усиление внешнего поля за счет индуцирования сонаправленных с ним магнитных моментов;

3) *ферромагнетики*, у которых χ положительна и может достигать больших значений ($\chi = 10^2...10^6$), а также является функцией напряженности внешнего магнитного поля. Ферромагнетики – сильномагнитные материалы, способные сохранять намагниченность и после выключения внешнего поля.

Электрон в атоме при движении по орбите радиуса r образует круговой ток I. *Орбитальным магнитным моментом* электрона называется магнитный момент, обусловленный этим движением:

$$p_m = I \times S = e\upsilon r / 2,$$

где e – заряд электрона; $S = \pi r^2$ – площадь орбиты электрона; υ – скорость электрона.

Движущийся по орбите электрон обладает также моментом импульса, называемым орбитальным механическим моментом:

$$M = m\upsilon r,$$

где m – масса электрона.

Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется *гиромагнитным соотношением*:

$$p_m / M = -e / 2m.$$

Электрон обладает также собственными магнитным p_{ms} и механическим M_s моментами, связанными соотношением:

$$p_{ms} = -\frac{e}{m} M_s = -\frac{eh}{2m}.$$

Величина $\mu_B = eh/2m = 0{,}927 \cdot 10^{-23}$ Дж / Тл является элементарным магнитным моментом и называется *магнетоном Бора*. Следовательно, собственный магнитный момент электрона равен одному магнетону Бора.

Задачи

1. Висмутовый шарик радиусом R = 1 см помещен в однородное магнитное поле B = 0,5 Тл. Определить магнитный момент p_m, приобретенный шариком, если магнитная восприимчивость χ висмута равна $-1{,}5 \cdot 10^{-4}$.

2. Определить намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора μ_B и концентрация атомов $n = 6 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

3. Прямоугольный брусок из ферромагнетика объемом V = 10 см^3 приобрел в магнитном поле напряженностью H = 800 А/м магнитный момент p_{mi} = 0,8 А·м^2. Определить магнитную проницаемость μ ферромагнетика.

4. Магнитная восприимчивость χ марганца равна $1{,}21 \cdot 10^{-4}$. Вычислить намагниченность J марганца в магнитном поле напряженностью H = 100 кА/м.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица вариантов

№ варианта	№ темы													
	№ задачи													
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,9	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,10	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3,11	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,12	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5,13	5	5	1	1
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6,14	6	6	2	2
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7,15	7	7	3	3
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8,16	8	8	4	4
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,9	1	1	1	1
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,10	2	2	2	2
11	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3,11	3	3	3	3

12	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,12	4	4	4	4
13	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5,13	5	5	1	1
14	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6,14	6	6	2	2
15	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7,15	7	7	3	3
16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8,16	8	8	4	4
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,9	1	1	1	1
18	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,10	2	2	2	2
19	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3,11	3	3	3	3
20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,12	4	4	4	4

СОДЕРЖАНИЕ

Редактор О. Р. Крумина

Подписано в печать 25.12.14. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать цифровая. Печ. л. 2,5.
Гарнитура «Times New Roman». Тираж 50 экз. Заказ .

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5